

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. Ломоносова
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
имени Д.В. Скобельцына

На правах рукописи

ЗАЙЦЕВ

Иван Владимирович

**ФИЗИКА ЛЕГКИХ МЕЗОНОВ
В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ
СО СПОНТАННЫМ ВОЗНИКНОВЕНИЕМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
НАМБУ – ИОНА-ЛАЗИНИО**

01.04.23 – физика высоких энергий

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва - 2009

Работа выполнена в Отделе теоретической физики высоких энергий
НИИ ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:

доктор физико-математических
наук, профессор

Арбузов Борис Андреевич

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических
наук, профессор

Дорохов Александр Евгеньевич (ЛТФ ОИЯИ)

доктор физико-математических
наук

Фаустов Рудольф Николаевич (ВЦ РАН)

Ведущая организация - Институт ядерных исследований РАН

Защита состоится 13 ноября 2009 г. в 15 часов
на заседании ученого совета Д.501.001.77.
при МГУ имени М.В. Ломоносова.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке НИИЯФ МГУ.

Автореферат разослан «8» октября 2009 года.

Учёный секретарь диссертационного совета
Д.501.001.77.

Страхова С.И.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Как известно, признание квантовой хромодинамики (КХД) фундаментальной теорией сильного взаимодействия основывается прежде всего на ее достижениях в адекватном описании высокоэнергетических адронных процессов. Это определено тем, что последовательное решение уравнений КХД достижимо только в указанной области благодаря малости при больших импульсах (энергиях) бегущей константы сильного взаимодействия, что оправдывает применение здесь теории возмущений. Между тем особый интерес представляют процессы взаимодействия кварков именно в области низких энергий, поскольку важнейшей проблемой теории остается прежде всего описание связанных адронных состояний. И здесь оказываются актуальны различные альтернативные по отношению к использованию теории возмущений (непертурбативные) подходы, в том числе феноменологические. Среди последних особое место в силу ее принципиальной простоты и прозрачности занимает модель Намбу - Иона-Лазинио (НИЛ), основанная на существовании приближенной киральной симметрии лагранжиана КХД и интерпретирующая связанные кварковые состояния как голдстоуновские поля, возникающие в результате спонтанного нарушения этой симметрии. В рамках этой модели были получены хорошие результаты как в смысле качественного описания, так и соответствия экспериментальным данным. Между тем поскольку в изначальной локальной формулировке теории НИЛ вводится неперенормируемое четырехфермионное взаимодействие, здесь возникают ультрафиолетовые расходимости, а вводимое для их устранения обрезание, задающее также область спонтанного нарушения симметрии, оказывается произвольным и зависящим от приближения. Это побуждает перейти к построению нелокальной теории, в которой неперенормируемые вершины снабжаются обрезанными формфакторами. Однако до сих пор остается по существу открытым вопрос о принципе построения функций формфактора: их вид в развиваемых в настоящее время нелокальных вариантах модели НИЛ оказывается также во многом произвольным, а попытки обосновать их введение приводят к привлечению слишком большого количества предположений и введению параметров, которые не могут быть определены в рамках исходного квантовохромодинамического рассмотрения. Это и определило направление наших исследований.

Цель диссертационной работы заключается в обнаружении и применении к исследованию физики легких мезонов естественного принципа построения нелокальной модели НИЛ, базирующегося только на фундаментальных основах самой квантовой хромодинамики, позволяющего избежать недостаточно обоснованных теоретических допущений и сводящего к необходимому минимуму набор вводимых в теорию параметров. Это определило обращение здесь к *методу уравнений*

компенсации Н.Н. Боголюбова, который необходимо было применить к рассмотрению указанной проблематики.

Основные результаты, полученные в диссертации

1. На основе стандартного лагранжиана КХД построены уравнения компенсации Боголюбова для скалярной и векторной четырехфермионных вершин. В качестве приближенных решений данных уравнений получены аналитические представления для функций формфактора, реализующих в развиваемой теории нелокальную модель Намбу - Иона-Лазинио, в которой ультрафиолетовые расходимости устраняются без введения произвольных теоретических допущений и внешних параметров.

2. Построено и решено уравнение для волновой функции Бете - Солпитера для связанных скалярных (псевдоскалярных) состояний с нулевой массой в синглетном по цвету и изоспину канале. Вычислением массовых поправок для соответствующего скалярного поля, связанных с хромодинамическим и эффективным мезон-кварковым взаимодействием, продемонстрирована тахионная природа последнего.

3. Построен и проанализирован эффективный потенциал для данного поля, а также уравнение, определяющее массовый оператор кваркового поля, определены параметры спонтанного нарушения киральной симметрии. Исходя из численных значений всего двух параметров - среднего по низкоэнергетической области значения бегущей константы связи КХД α_s и токовой массы кварка - получены оценки для величины кваркового конденсата (вклад легких кварков), а также масс и ширин распада π - и σ -мезонов, удовлетворительно согласующиеся с имеющимися экспериментальными данными.

4. Построено уравнение Бете - Солпитера для волновой функции связанных векторных мезонных состояний, в котором учтены глюонный и мезонный обмен. Найденное решение уравнения использовано для получения оценки массы ρ -мезона в древесном приближении, а также однопетлевых и двухпетлевых поправок к соответствующему значению. Вычислены также ширина распада ρ -мезона и масса и ширины распадов a_1 -мезона для различных значений параметра α_s , здесь также, вместе с определенной ранее токовой массой кварка, исчерпывающего набор детерминирующих результаты исходных численных величин. Выявлено оптимальное (в смысле соответствия экспериментальным данным) значение α_s , оказавшееся равным полученному в результате применения аналогичного метода к исследованию глюонной структуры вакуума .

Научная новизна работы заключается в том, что впервые исследование физики легких мезонов в рамках нелокальной модели НИЛ было осуществлено без введения каких бы то ни было произвольных предположений о виде функций формфактора, который здесь определяется лишь самим лагранжианом рассматриваемой теории и предстает как отражение внутренней структуры последней, а набор вводимых параметров ограничивается величиной замороженной в низко-

энергетической области бегущей константы сильного взаимодействия и значением токовой массы легких кварков. При этом удалось на основе разумных допущений, задающих выстраиваемое здесь приближение, получить ничем априори не предопределяемые аналитические представления для упомянутых функций, а также описывающих сами связанные мезонные состояния волновых функций Бете-Солпитера.

Практическая ценность работы состоит как в получении в ней в достаточно высокой степени соответствующего экспериментальным данным описания физики легких мезонов, так и в обосновании тем самым применяемого в ней метода компенсации Боголюбова, который вследствие наличия указанного результата предстает как чрезвычайно перспективный в области описания не только различных адронных связанных состояний сильновзаимодействующих кварков, но и в гораздо более широкой области исследования различных эффективных взаимодействий и связанных состояний также и за пределами области применимости КХД, в частности, в электрослабой теории, где соответствующие вопросы также стоят достаточно остро.

Апробация работы и публикации Результаты работ, вошедших в диссертацию, докладывались на семинарах в НИИЯФ МГУ, ЛТФ ОИЯИ, ИЯИ РАН. Основные результаты опубликованы в статьях:

1. В.А. Arbuzov, М.К. Volkov, I.V. Zaitsev. NJL interaction derived from QCD. International Journal of Modern Physics. A, 21, 5721 (2006).
2. В.А. Arbuzov, М.К. Volkov, I.V. Zaitsev. NJL interaction derived from QCD: vector and axial-vector mesons. International Journal of Modern Physics. A, 24, 2415 (2009).

Личный вклад Исследования выполнялись автором самостоятельно или при его непосредственном участии. В частности, он построил определяющие свойства модели соотношения, получил их решения, а также осуществил переход к вычислению наблюдаемых физических величин.

Структура и объем диссертации. Работа изложена на 83 страницах печатного текста, состоит из трех глав (включая Введение), заключения и приложения, содержит список литературы, включающий 78 наименований.

Содержание работы.

Во **Введении**, во первых, дана общая характеристика модели НИЛ, обрисована ее структура и дан краткий обзор вариантов ее развития. Во-вторых, на примере модельной теории скалярного поля в шестимерном пространстве здесь рассмотрены также основные особенности метода компенсации Н.Н. Боголюбова и обоснованы упрощающие допущения, которые позволяют при построении уравнений компенсации прийти к математически обозримым соотношениям и, в частности, к получению аналитических решений данных уравнений.

В **Главе 2** рассматривается физика скалярных и псевдоскалярных мезонов, а также вопрос о стандартном нарушении киральной симметрии. Процедура построения уравнения компенсации исходит из стандартного лагранжиана КХД с двумя легкими кварками и числом цветов $N=3$, в который вводятся нарушающие киральную симметрию нелокальные члены вида

$$G \int \bar{F}(x, x_1, x_2, x_3, x_4) \psi(x_1) \psi(x_2) \psi(x_3) \psi(x_4) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4; \quad (1)$$

(здесь ψ - изотопический дублет кварковых полей с суммированием по цвету в билинейных комбинациях), которые после перехода в импульсное пространство дают вершины

$$i (2\pi)^4 G F(p_1, p_2, p_3, p_4) \delta(p_1 + p_2 + p_3 + p_4), \quad (2)$$

причем вводятся указанные члены дважды с противоположным знаком, что в итоге оставляет исходный лагранжиан неизменным. Отнесением затем вклада с одним знаком к *свободному* лагранжиану, а с противоположным - к лагранжиану *взаимодействия*, получается (после введения для нелокальной вершины обозначения $G \cdot \bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi$) следующее:

$$\begin{aligned} L &= L_0 + L_{int}; \\ L_0 &= \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\mu \psi - \partial_\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi) - \frac{1}{4} F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a - m_0 \bar{\psi} \psi + \frac{G_1}{2} \cdot (\bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi - \\ &\quad - \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi) + \frac{G_2}{2} \cdot (\bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi); \\ L_{int} &= g_s \bar{\psi} \gamma_\mu t^a A_\mu^a \psi - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a) - \frac{G_1}{2} \cdot (\bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi - \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi) - \\ &\quad - \frac{G_2}{2} \cdot (\bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi). \end{aligned} \quad (3)$$

(здесь G_1 и G_2 - вершины скалярного и векторного типа, существенные в данном рассмотрении). Разделение лагранжиана становится осмысленным в резуль-

тате введения требования обращения в нуль (взаимной компенсации) всех сильно связанных четырехфермионных вершинных вкладов, следующих из лагранжиана L_0 (что вместе с тем не приводит, вследствие различия в знаке, к исчезновению соответствующих вкладов в лагранжиане взаимодействия). Это и означает, при сохранении вида свободных функций Грина, введение нелокального эффективного четырехфермионного взаимодействия. Условие компенсации вкладов в L_0 оказывается уравнением, определяющим формфактор F . Для получения его решения вводятся упрощения, основными из которых являются следующие: 1) специальная кинематика, делающая формфактор зависящим лишь от одного квадрата импульсной переменной (входящего импульса кварка), $F \equiv F(p^2)$ 2) ограничение рассмотрения однопетлевыми и двухпетлевыми диаграммами Фейнмана 3) линеаризация, состоящая в ограничении числа нелокальных вершин (которые обозначены жирными точками на представленном на рис.1 графическом изображении уравнения компенсации) в каждой диаграмме единицей, причем остальные вершины рассматриваются как точечные (обоснование данной процедуры обрисовано во Введении) 4) перенесение содержащейся в кварковых пропагаторах токовой массы кварка в нижний предел интегрирования в петлевых интегралах 5) сохранение вкладов лишь первого и второго порядков разложения по обратному числу цветов $1/N_c$, что соответствует точности порядка $\simeq 8\%$.

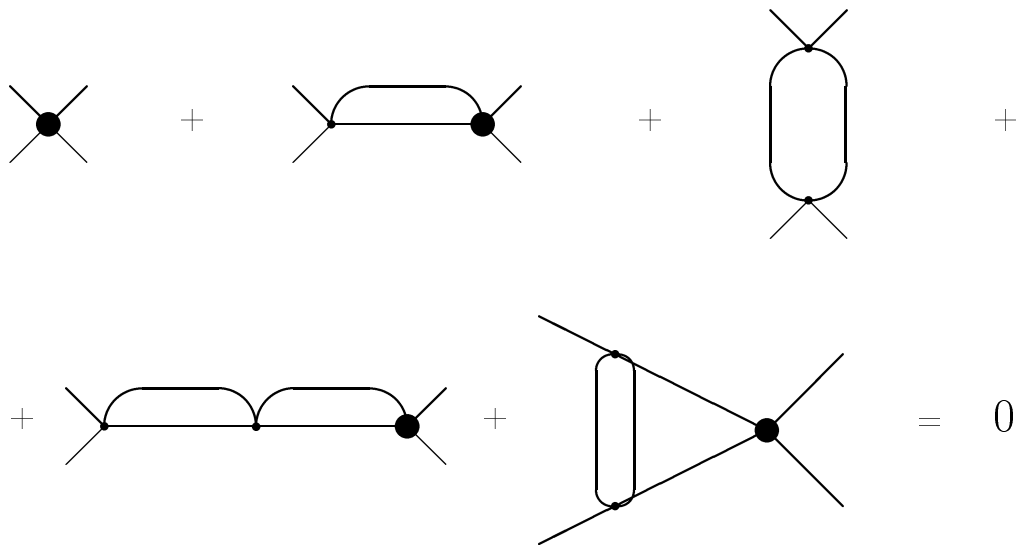


Рис 1.

Здесь также совершается переход к евклидовскому импульсному пространству, в однопетлевых членах учтены члены, пропорциональные N и 1 , а в двухпетлевых N^2 и N .

После проведения интегрирования по угловым импульсным переменным, полученное уравнение приобретает следующий вид (здесь $x = p^2$):

$$\begin{aligned}
F_1(x) = & A + \frac{3G_2}{8\pi^2} \left(2\Lambda^2 + x \log \frac{x}{\Lambda^2} - \frac{3}{2}x - \frac{\mu^2}{2x} \right) - \frac{(G_1^2 + 6G_1G_2)N}{32\pi^4} \times \\
& \times \left(\frac{1}{6x} \int_{\mu}^x (y^2 - 3\mu^2) F_1(y) dy + \frac{3}{2} \int_{\mu}^x y F_1(y) dy + \log x \int_{\mu}^x y F_1(y) dy + \right. \\
& + x \log x \int_{\mu}^x F_1(y) dy + \int_x^{\infty} y \log y F_1(y) dy + x \int_x^{\infty} \left(\log y + \frac{3}{2} \right) F_1(y) dy + \\
& + \frac{x^2 - 3\mu^2}{6} \int_x^{\infty} \frac{F_1(y)}{y} dy + \left(2\Lambda^2 - \frac{3}{2}x \right) \int_{\mu}^{\infty} F_1(y) dy - \frac{3}{2} \int_{\mu}^{\infty} y F_1(y) dy - \\
& \left. - \log \Lambda^2 \left(\int_{\mu}^{\infty} y F_1(y) dy + x \int_{\mu}^{\infty} F_1(y) dy \right) \right);
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
A = & \frac{G_1^2 N \Lambda^2}{2\pi^2} \left(1 + \frac{1}{4N} - \frac{G_1 N}{2\pi^2} \left(1 + \frac{1}{2N} \right) \int_{\mu}^{\infty} F_1(y) dy \right); \\
\mu = & m_0^2; \quad x = p^2; \quad y = q^2.
\end{aligned}$$

Оно соответствует одновременно скалярной и псевдоскалярной вершинам, а константа G_1 сокращена, поскольку целью является поиск нетривиального решения. Λ - временно вводимое ультрафиолетовое обрезание, зависимость решения от которого устраняется затем граничными условиями.

Последовательным дифференцированием данное интегральное уравнение преобразуется к дифференциальному

$$\begin{aligned}
\frac{d^2}{dx^2} \left(x \frac{d^2}{dx^2} \left(x \frac{d^2}{dx^2} \left(x F_1(x) \right) + \frac{\beta m_0^4}{4} F_1(x) \right) \right) = \beta \frac{F_1(x)}{x}. \\
\beta = \frac{(G_1^2 + 6G_1G_2)N}{16\pi^4};
\end{aligned} \tag{5}$$

которое в свою очередь после проведения замены переменной оказывается каноническим уравнением Мейера 6 порядка:

$$\begin{aligned}
\left(\left(z \frac{d}{dz} - b \right) \left(z \frac{d}{dz} - a \right) z \frac{d}{dz} \left(z \frac{d}{dz} - \frac{1}{2} \right) \left(z \frac{d}{dz} - \frac{1}{2} \right) \left(z \frac{d}{dz} - 1 \right) - z \right) F_1(z) = 0; \\
z = \frac{\beta x^2}{2^6}; \quad a = -\frac{1 - \sqrt{1 - 64u_0}}{4}; \quad b = -\frac{1 + \sqrt{1 - 64u_0}}{4}; \quad u_0 = \frac{\beta m_0^4}{64},
\end{aligned} \tag{6}$$

решение которого получается в виде комбинации трех убывающих на бесконечности функций Мейера, для которых рассмотрение их асимптотического поведения приводит к условиям

$$\frac{3G_2}{8\pi^2} - \frac{\beta}{2} \int_{m_0^2}^{\infty} F_1(y) dy = 0; \quad \int_{m_0^2}^{\infty} y F_1(y) dy = 0; \quad \int_{m_0^2}^{\infty} y^2 F_1(y) dy = 0; \quad (7)$$

Данные условия вместе с нормировкой на нижнем пределе интегрирования (на массовой поверхности)

$$F_1(u_0) = 1, \quad u_0 = \frac{\beta m_0^4}{2^6} = \frac{N(G_1^2 + 6G_1G_2)m_0^4}{1024\pi^4} \quad (8)$$

и условием $A = 0$ определяют коэффициенты разложения, упомянутый нижний предел, а также отношение констант скалярной и векторной вершин:

$$u_0 = 1.92 \cdot 10^{-8} \simeq 2 \cdot 10^{-8}; \quad G_1 = \frac{6}{13} G_2, \quad (9)$$

так что G_1 и G_2 выражаются через m_0 и оказываются положительными. Полученная как единственное решение уравнения компенсации функция формфактора убывает от единицы при $z = u_0$ по закону

$$F_1(z) \rightarrow \frac{D}{z^{\frac{1}{6}}} \exp(-3(1 - i\sqrt{3})z^{\frac{1}{6}}) + h.c.,$$

что является обнаружением спонтанного возникновения эффективного четырехфермионного взаимодействия и позволяет перейти к рассмотрению проблем связанных состояний кварков и нарушения киральной симметрии.

Исследование связанного состояния производится при помощи уравнения Бете - Солпитера

$$\Psi(p^2) = \frac{G_1 N}{2\pi^4} \int \frac{\Psi(q^2) dq}{q^2} + \frac{(G_1^2 + 6G_1G_2)N}{32\pi^6} \times$$

$$\int \left(2\Lambda^2 + (p-q)^2 \log \frac{(p-q)^2}{\Lambda^2} - \frac{3}{2}(p-q)^2 - \frac{m^4}{2(p-q)^2} \right) \frac{\Psi(q^2) dq}{q^2}, \quad (10)$$

которое отличается в случае нулевой массы от уравнения для формфактора изменением знака при вершине нулевого порядка и, соответственно, изменением знака ядра, а также отсутствием неоднородных членов. Это приводит к тому, что здесь существуют четыре убывающих на бесконечности функции Мейера, на которые накладываются условия на бесконечности и нормировочное условие

$$\int_u^{\infty} \frac{\Psi(z) dz}{\sqrt{z}} = 0; \quad \int_u^{\infty} \Psi(z) dz = 0; \quad \int_u^{\infty} \sqrt{z} \Psi(z) dz = 0; \quad \Psi(u) = 1. \quad (11)$$

Здесь m - кварковая масса, не совпадающая, вообще говоря, с m_0 . При заданном u эти условия однозначно определяют волновую функцию $\Psi(z)$, что соответствует существованию безмассового состояния. Дабы ввести массу, необходимо учесть хромодинамическое взаимодействие, а также возникающее тут эффективное кварк-мезонное взаимодействие

$$-g \left(\phi \bar{\psi} \psi + i \pi_a \bar{\psi} \gamma_5 \tau_a \psi \right); \quad (12)$$

где g определяется нормировочным условием для бесспиновых состояний

$$\frac{g^2 N}{4 \pi^2} I_2 = 1; \quad I_2 = \int_{m^2}^{\infty} \frac{\Psi(p^2)^2 dp^2}{p^2} = \int_u^{\infty} \frac{\Psi(z)^2 dz}{2z}. \quad (13)$$

Поправка к массе, определяемая соответствующими вкладками, вычисляется учетом первого порядка по импульсу скалярного (псевдоскалярного) состояния P^2 . В уравнении, изображенном на рис.2, задаются импульсы $p + P/2$ и $-p + P/2$.

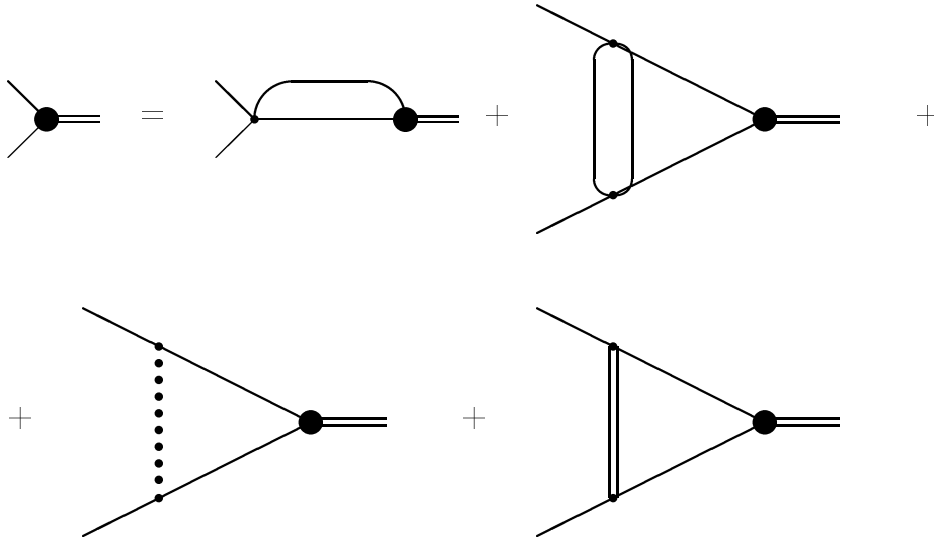


Рис.2

В результате P^2 выражается через интегралы от найденной прежде функции Ψ

$$\frac{P^2 \pi^2}{2} I_2 = \frac{2g_s^2 + g^2}{2\sqrt{\beta}} \int_u^{\infty} \frac{\Psi(z) dz}{z} \int_u^z \frac{\Psi(t) dt}{\sqrt{t}} = \frac{(2g_s^2 + g^2) I_5}{2\sqrt{\beta}}; \quad (14)$$

($t = \frac{\beta y^2}{64}$.) и квадрат массы скалярного поля оценивается как

$$m_t^2 = - \left(\frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{g^2}{8\pi^2} \right) \frac{8 I_5}{\sqrt{\beta} I_2}. \quad (15)$$

Данная величина оказывается отрицательно определенной, а поле - тахионным, что соответствует неустойчивости вакуума. Поэтому оказывается необходимым построить эффективный потенциал, зависящий от скалярного поля ϕ . Необходимый для этого массовый оператор $\Sigma(p^2)$ кваркового поля находится из уравнения

$$\begin{aligned} \Sigma(p^2) = & m_0 + \frac{G_1 N}{2\pi^4} \int \frac{\Sigma(q^2) dq}{q^2} + \frac{(G_1^2 + 6G_1 G_2) N}{32\pi^6} \times \\ & \times \int \left(2\Lambda^2 + (p-q)^2 \log \frac{(p-q)^2}{\Lambda^2} - \frac{3}{2}(p-q)^2 - \frac{m^4}{2(p-q)^2} \right) \frac{\Sigma(q^2) dq}{q^2} + \\ & + \left(\frac{g_s^2}{4\pi^4} + \frac{g^2}{8\pi^4} \right) \int \frac{\Sigma(q^2) dq}{q^2(q-p)^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

полностью совпадающего с уравнением для волновой функции Бете-Солпитера, причем

$$\Sigma(x) = m_0 + (m - m_0) \Psi(x); \quad \Sigma(-m^2) = m. \quad (17)$$

В выражении для эффективного потенциала входят слагаемые, пропорциональные ϕ^n для $n = 1, 2, 3, 4$ (оценка высших порядков указывает на незначительность их вклада).

$$\begin{aligned} V = & C + m^4 \left(- \left(1 - \left(\frac{u_0}{u} \right)^{1/4} \right) \left(\frac{1}{8\pi^2} + \frac{\alpha_s}{\pi g^2} \right) \frac{I_5 \xi}{\sqrt{u} I_2} - \left(\frac{1}{8\pi^2} + \frac{\alpha_s}{\pi g^2} \right) \times \right. \\ & \times \frac{I_5 \xi^2}{2\sqrt{u} I_2} + \frac{3\xi^3}{2\pi^2} \left(\left(\frac{u_0}{u} \right)^{1/4} I_3 + \left(1 - \left(\frac{u_0}{u} \right)^{1/4} \right) I_4 \right) + \frac{3\xi^4}{8\pi^2} I_4 \Big); \\ \xi = & \frac{g\phi}{m}. \quad I_3 = \int_u^\infty \frac{\Psi(z)^3 dz}{2z}; \quad I_4 = \int_u^\infty \frac{\Psi(z)^4 dz}{2z}. \end{aligned} \quad (18)$$

Условие минимума эффективного потенциала

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = 0. \quad (19)$$

разрешается при помощи определения параметров u_0, u :

$$\xi_0 = \left(1 - \left(\frac{u_0}{u} \right)^{1/4} \right). \quad (20)$$

Подстановка его приводит к выражению, задающему функцию $\alpha_s(u)$:

$$\alpha_s = \frac{\pi\sqrt{u}}{I_5} \left(1 - \left(\frac{u_0}{u} \right)^{1/4} \right) \left(3 \left(\frac{u_0}{u} \right)^{1/4} I_3 + 4 \left(1 - \left(\frac{u_0}{u} \right)^{1/4} \right) I_4 \right) - \frac{\pi}{6I_2}. \quad (21)$$

Положение же минимума задает составляющую массу кварка:

$$m = m_0 + g\eta; \quad \eta = \langle \phi \rangle. \quad (22)$$

Рассмотрение однопетлевой кварковой диаграммы для амплитуды распада процесса $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ приводит для константы распада пиона f_π к выражению

$$\begin{aligned} f_\pi &= \frac{g N}{4 \pi^2} \int_{m^2}^{\infty} \left((m - m_0) \Psi(y)^2 + m_0 \Psi(y) \right) \frac{dy}{y} = \\ &= \frac{g N}{4 \pi^2} \left((m - m_0) I_2 + m_0 I_1 \right); \quad I_1 = \int_u^{\infty} \frac{\Psi(z) dz}{2z} ., \end{aligned} \quad (23)$$

переходящему при $m_0 = 0$ (или $I_2 = I_1$) в соотношение Гольдбергера - Треймена $m = g f_\pi$. Введя в рассмотрение функции

$$\Phi(p^2) = \frac{\Sigma(p^2) - m_0}{m - m_0}, \quad D(p^2) = \Phi(p^2) - \Psi(p^2) ., \quad (24)$$

удается построить с помощью имеющихся уравнений для $\Psi(p^2)$ и $\Sigma(p^2)$ следующие соотношения: во-первых, аналогичное соотношению Гелл-Манна - Окса - Реннера выражение, задающее массу пиона:

$$m_\pi^2 = \frac{m^2 m_0}{2 \pi (m - m_0) I_2 \sqrt{u}} \left(\alpha_s + \frac{g^2}{8 \pi} \right) I_{\log}; \quad I_{\log} = - \int_u^{\infty} \frac{\log z}{\sqrt{z}} \quad (25)$$

Во вторых же - выражение для величины кваркового конденсата:

$$\begin{aligned} \langle \bar{q} q \rangle &= - \frac{4 N}{(2 \pi)^4} \int \frac{\Sigma(q) - m_0}{q^2 + m^2} dq = - \frac{N (m - m_0)}{\pi^2 \sqrt{\beta}} \times \\ &\times \left(\frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{g^2}{8 \pi^2} \right) \left(\int_u^{\infty} \frac{\Psi(t) \log t dt}{\sqrt{t}} + 2 \sqrt{u} \int_u^{\infty} \frac{\Psi(t) dt}{t} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Скалярное поле ϕ соответствует σ -мезону. Для вычисления массы σ -мезона используется соотношение для разности квадратов масс σ и π мезонов, следующее из однопетлевой диаграммы

$$m_\sigma^2 - m_\pi^2 = \frac{g^2 N}{\pi^4} \int \frac{\Sigma(q)^2 \Psi(q)^2}{(q^2 + m^2)^2} dq. \quad (27)$$

Отсюда получается для массы σ -мезона

$$m_\sigma^2 = m_\pi^2 + \frac{N g^2}{\pi^2} \left(m_0^2 I_2 + 2 m_0 (m - m_0) I_3 + (m - m_0)^2 I_4 \right); \quad (28)$$

Ширина σ -мезона оказывается следующей

$$\Gamma_\sigma = \frac{3 g_{\sigma\pi\pi}^2}{16 \pi m_\sigma^2} \sqrt{m_\sigma^2 - 4 m_\pi^2} ., \quad (29)$$

где

$$g_{\sigma\pi\pi} = \frac{g^3 N}{\pi^2} \left(m_0 I_3 + (m - m_0) I_4 \right); \quad (30)$$

Переход к численным результатам осуществляется следующим образом: 1) Вычисляется функция α_s , зависящая от параметра u , и интересующий нас интервал значения α_s оказывается соответствующим значениям u , меняющимся в следующих пределах:

$$0.0005 < u < 0.0015. \quad (31)$$

Для этого используется параметр $u_0 = 2 \times 10^{-8}$ в соответствии с соотношением (21). Постоянные C_i^* , $i = 1, 2, 3, 4$ вычисляются из граничных условий, что определяет $\Psi(z)$. Исходя из $\Psi(z)$, вычисляются интегралы I_j , $j = 1, 2, 3, 4, 5$.

2) Фиксируется значение $f_\pi = 93 \text{ MeV}$.

3) Далее для данных u из интервала (31) получается составляющая масса кварка m .

4) Исходя из значений m и α_s , вычисляется m_π из (25).

Для u из указанного интервала m_π меняется незначительно между 134 MeV и 135 MeV с максимальным значением 134.8 MeV для $u = 0.0009$, что соответствует $\alpha_s = 0.673$ и $m_0 = 20.27 \text{ MeV}$. Для данного, представляющегося наиболее удовлетворительным, значения m_π предоставляется набор вычисленных параметров для выбранных условий, включая кварковый конденсат (26) и параметры σ -мезона (28), (29)

$$\begin{aligned} \alpha_s &= 0.673; & m_0 &= 20.3 \text{ MeV}; & m_\pi &= 135 \text{ MeV}; & f_\pi &= 93 \text{ MeV}; \\ m_\sigma &= 492 \text{ MeV}; & \Gamma_\sigma &= 574 \text{ MeV} \\ m &= 295 \text{ MeV}; & \langle \bar{q}q \rangle &= -(222 \text{ MeV})^3; \\ G_1 &= \frac{1}{(244 \text{ MeV})^2}; & g &= 3.16. \end{aligned} \quad (32)$$

Исходные данные - α_s и m_0 , а все остальные величины получены из этих двух фундаментальных параметров. Здесь представлены также значение констант четырехфермионной вершины G_1 и мезон-кварковой связи g . Точность вычислений оценивается примерно в 10%, причем главный вклад в эту оценку задается следующими порядками разложения по $1/N$.

Полученные результаты находятся во вполне удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными. Что касается значения m_0 , значительно превышающей обычные значения $m_0(2 \text{ GeV}) \simeq 4 - 8 \text{ MeV}$, то следует отметить, что низкие значения данной величины относятся к пертурбативной области, где не учитывается взаимодействие НИЛ, а в непертурбативной, в частности, решеточные вычисления дают, как правило, более высокие значения.

Рассмотрение вопроса о стабильности решения, зависящей от величины постоянного вклада в эффективном потенциале, приводит, при использовании феноменологических оценок кваркового конденсата, к выводу о том, что решение при рассматриваемых исходных значениях параметров оказывается устойчивым (вследствии отрицательности значения потенциала). При определенном малом α_s потенциал может сделаться положительным, и это соответствует фазовому переходу к тривиальному решению рассматриваемых уравнений (которое всегда присутствует).

В **Главе 3** рассматривается физика векторных и аксиально-векторных мезонов. Исходным пунктом является стандартный лагранжиан квантовой хромодинамики, записываемый на этот раз в виде

$$\begin{aligned}
L = & \frac{i}{2} \left(\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\mu \psi - \partial_\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \right) - \frac{1}{4} F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a - m_0 \bar{\psi} \psi + \frac{G_1}{2} \cdot \left(\bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi - \right. \\
& \left. - \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi \right) + \frac{G_2}{2} \cdot \left(\bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \right) + \\
& + \frac{G_3}{2} \cdot \left(\bar{\psi} \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \psi \right) + g_s \bar{\psi} \gamma_\mu t^a A_\mu^a \psi - \\
& - \frac{1}{4} \left(F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - F_{0\mu\nu}^a F_{0\mu\nu}^a \right) - \frac{G_1}{2} \cdot \left(\bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \psi - \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi \right) - \\
& - \frac{G_2}{2} \cdot \left(\bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \tau^b \gamma_5 \gamma_\mu \psi \right) - \\
& - \frac{G_3}{2} \cdot \left(\bar{\psi} \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \gamma_\mu \psi + \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \psi \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \psi \right). \tag{33}
\end{aligned}$$

Здесь по сравнению с использовавшейся прежде формой добавлены вершины изоскалярного векторного типа (с константой G_3), которые оказываются существенны в данном рассмотрении. Однако принцип разбиения на свободный лагранжиан (первые две строки) и лагранжиан взаимодействия остается прежним. Уравнение компенсации исследуется последовательно для изовекторной вершины, пропорциональной G_2 . Основные принципы построения приближения остаются здесь теми же, что и при рассмотрении скалярной (псевдоскалярной) вершины, однако в случае векторной вершины лоренц-инвариантность допускает возможность присутствия двух различных структур, дающих вклад в вершину, соответственно чему мы, вообще говоря, имеется уже не один, а два формфактора. Однако решение получающейся при учете этого системы уравнений не может быть получено аналитически, и возникающая при избранной кинематике структура $\hat{p} \times \hat{p}$, относительно которой делается предположение о малости ее вклада, исключается при помощи действия на уравнения проектором

$$\frac{1}{12} \left(\gamma_\rho - \frac{\hat{p} p_\rho}{p^2} \right) \tag{34}$$

В процессе исследования были рассмотрены также уравнения, получающиеся при использовании (псевдо)проекторов более общего типа, а именно

$$\frac{1}{4(4-d)} (\gamma_\varrho - d \frac{\hat{p} p_\varrho}{p^2}) \quad (35)$$

(приведенному выше проектору соответствует $d = 1$). При этом, в частности, выяснилось, что для значений d в пределах от 1 до 2 получаемые в результате решения уравнений значения физических величин отличаются друг от друга не более чем на 5-7 процентов, что соответствует в целом принятой точности итоговых вычислений и тем самым служит косвенным подтверждением обоснованности проведения обсуждаемой процедуры проектирования.

Диаграммное представление уравнения компенсации здесь также соответствует рис.1.

$$\begin{aligned} & G_2 F(p^2) + \frac{G_2^2}{\pi^2} \left(\frac{65}{72} p^2 - \frac{7}{12} p^2 \ln \left(\frac{p^2}{\Lambda^2} \right) - \frac{5}{4} \Lambda^2 \right) + \\ & \frac{G_3 G_2}{2 \pi^2} \left(-\frac{43}{72} p^2 + \frac{5}{12} p^2 \ln \left(\frac{p^2}{\Lambda^2} \right) + \frac{3}{4} \Lambda^2 \right) + \\ & \frac{G_2^2 N}{32 \pi^6} \int_{m_0}^{\infty} F(k^2) (G_2 N \Lambda^2 - 4 \pi^2) d^4 k + \frac{G_1^2}{\pi} \left(\frac{11}{288} p^2 - \frac{1}{16} \Lambda^2 - \frac{1}{48} p^2 \ln \left(\frac{p^2}{\Lambda^2} \right) \right) + \\ & + \frac{G_2^3 N}{2 \pi^6} \left(\frac{7}{36} \int_{m_0}^{\infty} \left(\frac{2(kp)^2}{p^2} + k^2 \right) (p-k)^2 \ln \left(\frac{(p-k)^2}{\Lambda^2} \right) \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \right. \\ & + \int_{m_0}^{\infty} \left(-\frac{31}{108} \frac{(kp)^2}{p^2} - \frac{109}{864} k^2 \right) (p-k)^2 \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \int_{m_0}^{\infty} \left(\frac{1}{18} k^2 p^2 \ln \left(\frac{(p-k)^2}{\Lambda^2} \right) + \right. \\ & + \frac{3}{16} \left(\frac{2(kp)^2}{p^2} + k^2 \right) \Lambda^2 + \left. \left. \left(-\frac{5}{432} \right) \left(-(kp)^2 + 3 k^2 p^2 \right) \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \right. \right. \\ & + \left. \int_{m_0}^{\infty} \left(-\frac{1}{48} \frac{((kp)^2 - k^2 p^2) m_0^4}{(p-k)^4} - \frac{1}{96} \frac{m_0^4 (7 k^2 p^2 + 8 (kp)^2)}{(p-k)^2 p^2} \right) \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} \right) + \\ & + \frac{G_2 G_3^2 N}{2 \pi^6} \left(\int_{m_0}^{\infty} \left(\frac{55}{576} \frac{(kp)^2}{p^2} + \frac{17}{2304} k^2 \right) (p-k)^2 \ln \left(\frac{(p-k)^2}{\Lambda^2} \right) \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \right. \\ & + \int_{m_0}^{\infty} \left(\frac{17}{216} \frac{(kp)^2}{p^2} + \frac{1009}{13824} k^2 \right) (p-k)^2 \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \int_{m_0}^{\infty} \left(\frac{11}{384} k^2 p^2 \ln \left(\frac{(p-k)^2}{\Lambda^2} \right) + \right. \\ & \left. \left. - \frac{49}{768} \left(\frac{2(kp)^2}{p^2} + k^2 \right) \Lambda^2 + \frac{5}{6912} (31(kp)^2 - 33 k^2 p^2) \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{m_0}^{\infty} \left(\frac{1}{288} \frac{((kp)^2 - k^2 p^2) m_0^4}{(p-k)^4} + \frac{1}{384} \frac{m_0^4 (7k^2 p^2 + 8(kp)^2)}{(p-k)^2 p^2} \right) \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \\
& + \frac{G_2 G_1^2 N}{2\pi^6} \left(-\frac{1}{288} \int_{m_0}^{\infty} \left(\left(\frac{4(kp)^2}{p^2} - k^2 \right) \ln \left(\frac{(p-k)^2}{\Lambda^2} \right) - \right. \right. \\
& - \frac{1}{1728} \left. \left(\frac{32(kp)^2}{p^2} + k^2 \right) \right) (p-k)^2 \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \\
& + \int_{m_0}^{\infty} \left(-\frac{1}{864} \left(-5 + 6 \ln \left(\frac{(p-k)^2}{\Lambda^2} \right) \right) \right) (k^2 p^2 - (kp)^2) + \\
& + \frac{1}{96} \left(\frac{2(kp)^2}{p^2} + k^2 \right) \Lambda^2 \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} + \\
& + \int_{m_0}^{\infty} \left(-\frac{1}{192} \frac{m_0^4 (5k^2 p^2 - 2kp^2)}{(p-k)^2 p^2} + 1/48 \frac{m_0^4 (k^2 p^2 - kp^2)}{(p-k)^4} \right) \frac{F(k^2) d^4 k}{(k^2)^2} = 0 \quad (36)
\end{aligned}$$

В качестве величины нижнего предела интегрирования в этом уравнении выбрано значение токовой массы кварка m_0 соответствующее значению $u_0 = 1.925 \cdot 10^{-8}$, вычисленному при рассмотрении уравнений для скалярных формфакторов. Кроме того, далее повсюду используется также выведенное там соотношение скалярной и векторной констант:

$$G_1 = \frac{6}{13} G_2; \quad (37)$$

После проведения углового интегрирования и осуществления действия на данное уравнение дифференциальным оператором

$$\frac{d^2}{dx^2} x \frac{d^2}{dx^2} x \frac{d^3}{dx^3} x^2,$$

получается дифференциальное уравнение, которое после проведения замены

$$z = \beta x^2, \quad \beta = \frac{1}{26} \frac{N G_2 (12 G_2 - 7 G_3)}{24 \pi^4}, \quad (38)$$

может быть приведено к виду

$$\begin{aligned}
& \left(z \frac{d}{dz} - b_1 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_2 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_3 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_4 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_5 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_6 \right) \times \\
& \times \left(z \frac{d}{dz} - b_7 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_8 \right) F(z) = z \left(z \frac{d}{dz} - a_1 + 1 \right) \left(z \frac{d}{dz} - a_2 + 1 \right) F(z), \quad (39)
\end{aligned}$$

то есть записано как уравнение Мейера 8 порядка. Решениями такого являются функции Мейера с параметрами b_i . Параметры вычисляются после исключения константы G_3 посредством введения предположения о равенстве констант

$G_3 = G_2$, которое используется в большинстве подходов. Граничные условия для вычисления коэффициентов разложения по имеющимся тут убывающим четырем функциям Мейера строятся по аналогии со скалярной теорией.

$$\begin{aligned}
& 3 \left(\frac{13}{96} G_2^2 + \frac{1}{192} G_1^2 + \frac{1}{384} G_3^2 - \frac{5}{96} G_2 G_3 \right) \frac{1}{\pi^4 \sqrt{\beta}} \int_{m_0^2}^{\infty} F(y) dy - \\
& - \frac{7}{12} \frac{G_2}{\pi^2} - \frac{1}{48} \frac{G_1^2}{\pi^2 G_2} + \frac{5}{24} \frac{G_3}{\pi^2} = 0 \quad \int_{m_0^2}^{\infty} y F(y) dy = 0 \\
& \int_{m_0^2}^{\infty} y^2 F(y) dy = 0 \quad \int_{m_0^2}^{\infty} y^3 F(y) dy = 0
\end{aligned} \tag{40}$$

В данном случае, в отличие от теории скалярного формфактора, значение формфактора на нижнем пределе интегрирования уже не полагается принудительно равным единице, в качестве одного из граничных условий, при помощи которого можно было бы определить взаимное отношение констант G_2 и G_3 . Исполнение данного условия с достаточной точностью ($F(u_0) = 0.96094$) оказывается подтверждением как гипотезы о равенстве констант, так и самосогласованности теории в целом. О том же свидетельствует и предварительное рассмотрение уравнения компенсации для формфактора изоскалярной векторной вершины, значение которого на нижнем пределе также оказывается достаточно близким к единице.

При рассмотрении связанных векторных состояний, в отличие от скалярных, в уравнение Бете - Солпитера сразу же вводятся члены, отвечающие глюонному обмену, а также обмену векторными мезонами (вклады, связанные со скалярными и псевдоскалярными мезонами взаимно компенсируются). В остальном исследование уравнения остается аналогичным. Интегральное уравнение сводится к дифференциальному, которое после проведения замены

$$z = \beta x^2 \quad \beta = \frac{1}{2^6} \frac{N G_2 (12 G_2 - 7 G_3)}{24 \pi^4} \tag{41}$$

принимает вид

$$\begin{aligned}
& \left(z \frac{d}{dz} - b_1 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_2 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_3 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_4 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_5 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_6 \right) \times \\
& \times \left(z \frac{d}{dz} - b_7 \right) \left(z \frac{d}{dz} - b_8 \right) \Psi(z) = -z \left(z \frac{d}{dz} - a_1 + 1 \right) \left(z \frac{d}{dz} - a_2 + 1 \right) \Psi(z), \\
& a_1 = \frac{1}{80} \frac{59 \xi^2 + 6 - \sqrt{8281 \xi^4 + 708 \xi^2 + 36}}{\xi^2}; \\
& a_2 = \frac{1}{80} \frac{59 \xi^2 + 6 + \sqrt{8281 \xi^4 + 708 \xi^2 + 36}}{\xi^2} \quad \xi = \frac{G_1}{G_2}
\end{aligned} \tag{42}$$

Общий вид убывающего на бесконечности решения уравнения - следующий:

$$\Psi(z) = C_1 G_{28}^{41} \left(z \left|_{b_1, b_2, b_3, b_5, b_4, b_8, b_7, b_6}^{a_1, a_2} \right. \right) + C_2 G_{28}^{41} \left(z \left|_{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8}^{a_1, a_2} \right. \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + C_3 G_{28}^{41} \left(z \left| \begin{smallmatrix} a_1, a_2 \\ b_1, b_2, b_5, b_6, b_3, b_4, b_7, b_8 \end{smallmatrix} \right. \right) + C_4 G_{28}^{61} 2^8 8^{61} \left(z \left| \begin{smallmatrix} a_1, a_2 \\ b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_7, b_6, b_8 \end{smallmatrix} \right. \right) \\
& + C_5 G_{28}^{61} \left(z \left| \begin{smallmatrix} a_1, a_2 \\ b_1, b_2, b_3, b_5, b_6, b_8, b_7, b_4 \end{smallmatrix} \right. \right)
\end{aligned} \tag{43}$$

Коэффициенты C_i определяются из граничных условий

$$\Psi(m^2) = 1 \quad \int_{m^2}^{\infty} y^i \Psi(y) dy = 0, \quad i = 0, 1, 2, 3 \tag{44}$$

а значение g_v дается итерационной процедурой, определяясь условием равенства единице однопетлевого вклада в мезонный пропагатор:

$$\frac{g_v^2}{4\pi^2} \int_{\tilde{u}}^{\infty} \frac{\Psi(z)^2 F(z)}{z} dz = 1 \quad \tilde{u} = \frac{\beta}{\beta_0} u \beta_0 = \frac{(G_1^2 + 6 G_1 G_2) N}{16 \pi^4}; \tag{45}$$

Присутствие в интеграле функции формфактора позволяет учесть спадание взаимодействия на соответствующем масштабе импульсной переменной.

Для получения численных значений здесь, как и в случае скалярных мезонов, постулируется значение $u = \beta m^4$ так, чтобы α_s лежало в нужной области, и затем уточняется значение последнего. Расчеты проводились для значений u , равных 0.00015, 0.00030, и 0.00045, полученные значения α_s приведены ниже в таблице. Кроме того, там присутствует (вместе с соответствующим значением u) значение $\alpha_s = 0.415$, поскольку эта величина среднего значения α_s получена при помощи аналогичного метода в работе *B.A. Arbuzov. Infrared non-perturbative QCD running coupling from Bogolubov approach. Phys.Lett. B656, 67 (2007)*. Замечательно, что именно здесь получаются результаты для большинства наблюдаемых величин, в наибольшей степени соответствующие экспериментальным данным.

Первоначальная оценка массы ρ -мезона дается формулой

$$M_0 = \frac{g_v}{\sqrt{G_2}}, \tag{46}$$

где G_2 определяется из соотношения $G_2 = \frac{13}{6} G_1$, а G_1 рассчитывается, как и выше, исходя из значения u . Далее же вводится однопетлевая поправка к квадрату массы, которая дается выражением

$$\Delta(M_0^2) = -\frac{3 g_v^2}{8 \pi^2 \sqrt{\beta}} \int_{\tilde{u}}^{\infty} \frac{\Psi(z)^2 F(z)}{\sqrt{z}} dz, \tag{47}$$

так что

$$M_\rho = \sqrt{M_0^2 + \Delta(M_0^2)} \tag{48}$$

Были также вычислены двухпетлевые поправки к массе, в которых в уравнении щели учитывается глюонный и мезонный обмен. Однако оказалось, что их величина не превосходит 1-2 % исходной оценки массы.

Масса A_1 -мезона оценивается при помощи соотношения

$$M_{A_1}^2 = M_\rho^2 + 6 m^2 \quad (49)$$

Константа распада ρ -мезона на два π -мезона находится из треугольной диаграммы по формуле

$$g_{\rho \rightarrow 2\pi} = g_s^2 g_v \frac{3}{4\pi^2} \int_u^\infty \frac{\Psi_s(z)^2 \Psi\left(\frac{\beta}{\beta_0} z\right) F(z)}{z} dz, \quad (50)$$

где $\Psi_s(z)$ - волновая функция скалярных состояний, g_s - константа связи скалярной теории. Ширина распада дается формулой

$$\Gamma_\rho = \frac{1}{24} \frac{g_{\rho \rightarrow 2\pi}^2 (M_\rho^2 - 4m_\pi^2)^{3/2}}{M_\rho^2 \pi} \quad (51)$$

Для ширины a_1 -мезона рассматриваются два канала: $a_1 \rightarrow \rho\pi$ и $a_1 \rightarrow \sigma\pi$. Вершина для первого распада имеет следующую форму (здесь опущен изотопической фактов ϵ_{abc})

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu}(a_1 \rightarrow \rho\pi) &= A_0 g_{\mu\nu} + A_2 p_\nu q_\mu \\ A_0 &= -\frac{N g_v^2 g_s m}{\pi^2} \int_{m^2}^\infty \frac{\Psi(y)^2 \Psi_s(y)}{y} dy, \\ A_2 &= -\frac{N g_v^2 g_s m}{2\pi^2} \int_{m^2}^\infty \frac{\Psi(y)^2 \Psi_s(y)}{y^2} dy \end{aligned} \quad (52)$$

где p, μ и q, ν соответственно импульс и лоренцевский индекс для a_1 -мезона и ρ -мезона, m - составляющая кварковая масса. Второй распад описывается следующей вершиной (изотопический фактор δ_{ab})

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu}(a_1 \rightarrow \sigma\pi) &= g_{a_1 \rightarrow \sigma\pi} (q - k)_\mu \\ g_{a_1 \rightarrow \sigma\pi} &= \frac{N g_v^2 g_s m}{\pi^2} \int_{m^2}^\infty \frac{\Psi(y)^2 \Psi_s(y)}{y} dy, \end{aligned} \quad (53)$$

где k и q соответственно импульсы π и σ -мезонов, и μ - лоренцев индекс a_1 . Соответствующие частичные ширины

$$\begin{aligned} \Gamma(a_1 \rightarrow \rho\pi) &= \frac{M_{a_1}^2 - M_\rho^2}{24\pi M_{a_1}^3} \left(A_0^2 2 \frac{M_{a_1}^2 + M_\rho^2}{4\pi M_{a_1}^2 M_\rho^2} + \right. \\ &\left. + A_0 A_2 \frac{(M_{a_1}^2 + M_\rho^2)(M_{a_1}^2 - M_\rho^2)}{4\pi M_{a_1}^2 M_\rho^2} + A_2^2 \frac{(M_{a_1}^2 - M_\rho^2)^4}{16 M_{a_1}^2 M_\rho^2} \right) \end{aligned}$$

$$\Gamma(a_1 \rightarrow \sigma\pi) = \frac{g_{a_1 \rightarrow \sigma\pi}(M_{a_1}^2 - M_\sigma^2)^3}{48\pi M_{a_1}^5}; \Gamma_{a_1} = \Gamma(a_1 \rightarrow \rho\pi) + \Gamma(a_1 \rightarrow \sigma\pi) \quad (54)$$

Здесь предполагается, что $m_\pi^2 \ll M_{a_1, \rho, \sigma}^2$.

Наблюдаемые величины для векторных и аксиально-векторных мезонов вычисляются при помощи данных выражений. Следует отметить, что при вычислении ширины распадов подставлялись вычисленные массы соответствующих мезонов. Результаты представлены в таблице. Набор вычисленных параметров представлен в зависимости от среднего значения непертурбативной бегущей константы связи α_s в диапазоне 0.29 – 0.48. Вычисления нормированы наиболее точно определенным параметром f_π . Все остальные значения в таблице вычислены. В каждой колонке таблицы содержится набор соответствующих параметров, полученных исходя из представленных тут же значений α_s и m_0 .

u	0.00015	0.00030	0.00045	0.00032	exp/phen
$\bar{\alpha}_s$	0.2872	0.4038	0.4826	0.415	–
$f_\pi \text{ MeV}$	93	93	93	93	input
g_s	2.6602	2.8432	2.9256	2.8643	–
$m_0 \text{ MeV}$	21.9	21.6	21.2	21.5	5 – 10
$m \text{ MeV}$	247	264	271	265	270 – 350
$G_1^{-1/2} \text{ Mev}$	320	287	267	283	–
g_v	4.30	5.00	5.52	5.11	–
$M_\rho \text{ MeV}$	713	785	830	791	771.1 ± 0.9
$g_{\rho\pi\pi}$	4.29	4.41	4.36	4.44	4.26
$\Gamma_\rho \text{ MeV}$	136	166	175	170	149.2 ± 0.7
$M_{a_1}, \text{ MeV}$	935	1017	1043	1018	1230 ± 40
$\Gamma_{a_1} \text{ MeV}$	268	330	312	334	250 – 600
$\Gamma(a_1 \rightarrow \sigma\pi)/\Gamma_{a_1}$	0.168	0.188	0.201	0.189	0.188 ± 0.043

Что касается параметров скалярных мезонов, обсуждавшихся в Главе 2, то они при $\alpha_s = 0.415$ таковы:

$$m_\pi = 134 \text{ MeV}; \langle \bar{q}q \rangle = -(230 \text{ MeV})^3; m_\sigma = 480 \text{ MeV}; \Gamma_\sigma = 560 \text{ MeV}. \quad (55)$$

В Заключение дан обзор результатов и подведены итоги диссертационной работы.

Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии КДУ
Тел./факс: (495) 939-57-32. E-mail: press@kdu.ru