МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА

Б.С. Ишханов, А.А. Костюков

СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР, РАСПОЛОЖЕННЫХ ВБЛИЗИ ЗАМКНУТОЙ ОБОЛОЧКИ Z=50

Препринт НИИЯФ МГУ № 2012-2/880

Москва, 2012 г.

Б.С. Ишханов^{1,2}, А.А. Костюков²

1. Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет

2. Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В.Скобельцына МГУ имени М.В. Ломоносова

e-mail: akostuckov@googlemail.com СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР, РАСПОЛОЖЕННЫХ ВБЛИЗИ ЗАМКНУТОЙ ОБОЛОЧКИ Z=50

Препринт НИИЯФ МГУ № 2012-2/880

Аннотация

Исследованы различные факторы, влияющие на структуру основного и низко возбужденных состояний изотопов Cd, Sn и Te. Построена последовательность заполнения нейтронами одночастичных ядерных состояний в изотопах $^{99-132}Cd$, $^{100-135}Sn$, $^{105-140}Te$. Рассмотрено слияние сил спаривания нейтронов на порядок заполнения одночастичных нейтронных состояний.

B.S. Ishkhanov^{1,2}, **A.A. Kostyukov**²

1. Lomonosov Moscow State University, Physical Department

2. Scobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University

STRUCTURE OF LOW-LYING NUCLEAR STATES NEAR THE CLOSED SHELL Z=50 $\ensuremath{\mathbb{Z}}$

Preprint MSU SINP N 2012-2/880

Abstract

Different factors having effect on the structure of the ground and low energy states of Cd, Sn and Te isotopes were investigated. The sequence of nuclear single-particle shells filling for $^{99-132}Cd$, $^{100-135}Sn$, $^{105-140}Te$ isotopes were constructed. The effect of neutron pairing nuclear forces on the sequence of nuclear shells filling was considered.

© Б.С. Ишханов, А.А. Костюков © НИИЯФ МГУ, 2012, <u>http://www.sinp.msu.ru</u> Цель настоящей работы — исследовать различные факторы, влияющие на структуру основного и низко возбужденных состояний изотопов Cd (Z=48) и Te (Z=52), и сравнить с ранее выполненным анализом изотопов Sn (Z=50). Оценить величину NN-взаимодействия и его влияние на характер заполнения нейтронами одночастичных состояний модели оболочек.

Изучение структуры атомного ядра началось вскоре после открытия нейтрона и протона и установления того факта, что атомное ядро состоит из нейтронов и протонов. Для описания структуры атомного ядра обычно используются различные модели:

- Модель ферми-газа.
- Модель жидкой капли.
- Модель ядерных оболочек.
- Обобщенная модель ядра.

Каждая из этих моделей описывает определенные характеристики атомных ядер [1,2]. Так, например, в модели жидкой капли удается исходя из общих принципов описать энергии связи атомных ядер, энергии связи нуклонов в ядре. Несомненным успехом модели жидкой капли явилось описание механизма деления атомных ядер. В то же время в капельной модели ядра было невозможно объяснить такие характеристики атомных ядер как спин, четность ядерных состояний, рассчитать магнитные моменты ядер.

Одним из основных факторов, способствовавших развитию модели оболочек, явилось обнаружение того, что свойства атомных ядер изменяются не монотонно с изменением массового числа A или порядкового номера элемента Z, а обнаруживают некоторую периодичность, напоминающую периодичность структуры электронных оболочек атома. Была обнаружена повышенная стабильность ядер с числами нейтронов N или протонов Z равными 2, 8, 20, 28, 50, 82 и числом нейтронов N = 126. Эти числа нейтронов и протонов были названы магическими числами. Первые теоретические попытки описания магических чисел были сделаны в работах [3-5]. В частности Эльзассер предположил, что каждый нуклон движется в бесконечно глубокой потенциальной яме, создаваемой другими нуклонами ядра. Значения одночастичных состояний нуклонов получаются при решении уравнения Шредингера:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2U}{dr^2} + [E + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} - V(r)]U = 0$$

где $V(r) = \begin{cases} -V_0, & r \leq R \\ \infty, & r > R \end{cases}$,

Е – энергия частицы,

 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – приведенная постоянная Планка,

l – орбитальное квантовое число,

U – радиальная часть волновой функции.

Заполнение протонами и нейтронами одночастичных состояний происходит независимо в соответствии с принципом Паули. В оболочечной модели ядра, также как и в атомной спектроскопии, для обозначения состояний с различными значениями квантового числа орбитального момента *l* нуклона используются буквы латинского алфавита со следующим соответствием:

l=	0	1	2	3	4	5	6	7	
	S	р	d	f	g	h	i	k	

Расчеты показали, что повышенная стабильность ядер должна проявляться при заполнении уровней 1s, 1p, 2s, 2p, 3s, 3p ..., т.е. при числах протонов и нейтронов N и Z

равных 2, 8, 20, 40, 70, 112. Т.е. в такой модели удалось объяснить только первые три магических числа. В течение долгого времени считалось, что оболочечная модель неприменима для описания ядер с A > 50. Однако, с течением времени, накапливались все новые и новые экспериментальные доказательства существования оболочечной структуры ядер. В 1949 г. М. Гепперт-Майер и Дж. Иенсен сделали решающий шаг в развитии оболочечной модели [6-8]. Они показали, что для объяснения заполнения ядерных оболочек при N, Z = 50, 82 и N = 126, необходимо учесть так называемое спинорбитальное взаимодействие V_{LS} : взаимодействие спина нуклона с его орбитальным моментом количества движения. Благодаря этому удалось воспроизвести все наблюдаемые в эксперименте магические числа нуклонов. Характерной особенностью спин-орбитального взаимодействия V_{LS} является зависимость энергии ядерного состояния

от взаимной ориентации спинового \vec{s} и орбитального \vec{l} моментов нуклона.

$$V_{LS} = f(r) l \vec{s} ,$$

где \vec{l} , \vec{s} - операторы орбитального и спинового моментов нуклона. При этом состояния с параллельной ориентацией спина и орбитального момента

$$j = l + 1/2$$

оказываются энергетически более выгодными по сравнению с состояниями с антипараллельной ориентацией

j = l - 1/2.

В оболочечной модели ядра одночастичные состояния характеризуются следующими квантовыми числами:

n, l, j, m,

где *n* – главное квантовое число, которое нумерует одночастичные состояния с одинаковыми *l* и *j* в порядке возрастания их энергии;

l – квантовое число орбитального момента количества движения нуклона;

j – квантовое число полного момента количества движения нуклона;

m – квантовое число проекции момента \vec{j} на ось z.

Различные состояния *nlj* обозначаются буквами и цифрами. Например, $2s_{1/2}$ это состояние с n = 2, l = 0 и j = 1/2; $3f_{7/2}$ это состояние с n = 3, l = 3, j = 7/2 и т.д.

Спин-орбитальное взаимодействие сосредоточено в основном вблизи поверхности ядра, где действительно можно говорить о выделенном направлении движения. Функция f(r) убывает вглубь ядра. Вид этой функции можно найти, если обратиться к источнику потенциала V_{LS} : нуклон-нуклонному спин-орбитальному взаимодействию

$$\frac{1}{2}V_{LS}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)[(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) * (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)](\vec{s}_1 + \vec{s}_2)$$

Усреднение этого взаимодействия показывает, что функция $f(r) \propto \partial \rho(r) / \partial r < 0$, где $\rho(r)$ - плотность ядерного вещества.

Спин-орбитальное взаимодействие снимает вырождение одночастичных состояний *nlj* по квантовому числу $\vec{j} = \vec{l} \pm 1/2$. Учитывая, что $\vec{j}^2 = \vec{l}^2 + 2\vec{l}\vec{s} + \vec{s}^2$, получим

$$\vec{l}\vec{s} = \begin{cases} \hbar^2 l/2, & j = l + 1/2, \\ -\hbar^2 (l+1)/2, & j = l - 1/2. \end{cases}$$

Откуда следует, что величина спин-орбитального расщепления уровня nl равна $E_{nl,l-1/2} - E_{nl,l+1/2} = C_{ls}(l+1/2),$

(1)

где $C_{ls} = -\hbar^2 \bar{f}$, \bar{f} - среднее значение функции f(r). Т.к. f(r) < 0, то состояние j = l - 1/2 поднимается, а состояние j = l + 1/2 опускается по энергии. Как видно из формулы (1), величина спин-орбитального расщепления возрастает с увеличением орбитального момента l. Экспериментальная оценка константы C_{ls} дает величину

$$C_{ls} \approx 20 A^{-2/3}$$
 M₃B.

Добавление к реалистическому потенциалу спин-орбитального взаимодействия приводит к том, что уровни $1g_{9/2}$, $1h_{11/2}$ и $1i_{13/2}$ опускаются вниз и примыкают, соответственно, к оболочкам N = 3, N = 4, N = 5, в результате чего воспроизводятся, не получавшиеся ранее, магические числа 50, 82 и 126 (рис. 1). Кроме того от оболочки N = 3 отщепляется вниз уровень $1f_{7/2}$, что объясняет появление магического числа нуклонов N = 28.



Рис. 1. Одночастичные уровни в оболочечном потенциале. Приведено схематическое изображение уровней в потенциале Вудса-Саксона: слева без учета спинорбитального взаимодействия, справа - с учетом. Фигурные скобки объединяют уровни, входящие в одну осцилляторную оболочку. Черным цветом дано число вакантных мест для нуклонов одного сорта, синим приведено полное число частиц, красным указаны магические числа.

При анализе нуклон-нуклонного взаимодействия необходимо учитывать следующие особенности ядерного взаимодействия:

Ядерное взаимодействие проявляется на расстоянии порядка 1 Фм. Т.к. размер ядер характеризуется формулой $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$, где $r_0 \approx 1.1 \sim 1.3$ Фм, следует насыщение следующих ядерных характеристик: энергия связи ядра, отнесенная к одному нуклону $\frac{E_{cessu}(N,Z)}{A}$, для ядер с A > 10 является практически константой, равной 8

МэВ; плотность ядерной материи является константой, равной 0.16 нуклон / Фм³.

- Схожие спектры для зеркальных ядер предполагают, что ядерные силы являются зарядово симметричными т.е. протон-протоное, нейтрон-нейтронное и протоннейтронное ядерные взаимодействия одинаковы.
- Спектры ядер, формирующих триплеты изобар, указывают на то, что ядерные силы зарядово независимы.
- В соответствии с принципом Паули, два одинаковых нуклона на одной оболочке не могут иметь одинаковый набор квантовых чисел. Поэтому конфигурации из пары нейтронов или пары протонов всегда имеют суммарный спин J = 0. Основное состояние четно-четных ядер с суммарным спином J = 1 невозможно, поскольку в этому случае нуклоны имели бы одинаковые проекции полного момента. Однако для пары нейтрон-протон основное состояние с суммарным спином J = 1 возможно, более того J = 1 является основным состоянием дейтрона. Из этого можно сделать вывод, что ядерные силы зависят от спина нуклона.
- Значения углового момента и магнитного момента основного состояния дейтрона указывают на то, что спины нуклонов параллельны (S = 1), а относительный орбитальный момент L = 0. В то же время ненулевое значение квадрупольного момента дейтрона указывает на то, что его основное состояние должно также содержать пятипроцентную примесь конфигурации S = 1, L = 2. Примесь состояния L = 2 в дейтроне означает, что ядерные силы являются не только центральными (зависящими только от расстояния между нуклонами), но также содержат тензорную часть, которая зависит от ориентации относительно вектора \vec{r} , направленного из центра одного нуклона к центру другого, нуклонов и их спинов.
- Ядерное взаимодействие имеет спин-орбитальную компоненту, которая проявляется в больших сдвигах в энергии между уровнями с одинаковым орбитальным моментом l, но разными полными моментами j. Параллельная конфигурация орбитального момента и спина j = l + 1/2 энергетически более выгодна, чем антипараллельная j = l 1/2, которая расположена выше по энергии.

При анализе характеристик атомных ядер в одночастичной модели оболочек исходят из того, что волновые функции основного и отдельных возбужденных состояний ядер содержат одну доминирующую одночастичную компоненту. То есть, при определенных условиях одночастичное состояние характеризует все ядро в целом. Наиболее ярко это проявляется в ядрах, имеющих один нуклон сверх заполненной оболочки или одну дырку в ней. В этих

случаях спин ядра J определяется спином неспаренного нуклона \vec{j} , $\vec{J} = \vec{j}$.

Для ядер с несколькими частицами сверх заполненных оболочек описание ядерных состояний усложняется из-за большого числа возможных связей угловых моментов частиц, находящихся в незаполненной оболочке. Но в результате эффекта спаривания нуклонов с одинаковым значением *j* самые низкие по энергии состояния ядер с нечетными

А можно описать как одночастичные, обусловленные неспаренной частицей. То есть с достаточно хорошим приближением можно считать, что остальные спаренные нуклоны образуют четно-четный остов с $J^{p} = 0^{+}$. В этом случае значения спина и четности неспаренной частицы также определяют полный спин и четность ядра в основном состоянии.

При изменении числа нейтронов или числа протонов в ядре происходит изменение глубины и формы потенциальной ямы ядра. Как следствие это приводит к изменению положения одночастичных состояний модели оболочек. При этом может даже происходить изменение последовательности одночастичных состояний.

Результаты расчета энергии отделения протона B_p в зависимости от числа нейтронов N в изотопах Cd (Z = 48), In (Z = 49), Sn (Z = 50), Sb (Z = 51) и Te (Z = 52) приведены в таблице 1. Расчет выполнен на основе данных, приведенных в [1].



Рис. 2. Энергия отделения протона B_p в зависимости от числа нейтронов N в изотопах Cd, In, Sn, Sb, Te.

На рис. 2 показаны энергии отделения протона B_p в зависимости от числа нейтронов в изотопах Cd (Z = 48), Sn (Z = 50), Te (Z = 52), содержащих четное число протонов, а также в изотопах In (Z = 49) и Sb (Z = 51) с нечетным числом протонов. Энергии отделения протона можно описать линейной зависимостью от числа нейтронов N, однако можно видеть, что они располагаются один под одним не в порядке увеличения Z: графики изотопов In и Sb сдвинуты вниз на величину 2.0~2.3 МэВ. Этот сдвиг по энергии объясняется энергией спаривания P_{pp} пары протонов, поскольку в ядрах Cd, Sn и Te число протонов Z – четное, а в ядрах In и Sb – нечетное.

Число	Энерги	ия отде.	пения п	ротона Е	В _{<i>p</i>} , МэВ
нейтронов, N	Cd	In	Sn	Sb	Te
47	0.7	-	-	-	-
48	3.3	-	-	-	-
49	3.3	0.6	0.6	-	-
50	4.1	1.0	2.8	-	-
51	4.1	1.6	2.7	-	-
52	4.8	1.6	3.6	-1.4	-
53	4.9	2.2	3.6	-0.5	0.6
54	5.7	2.2	4.3	-0.5	1.7
55	5.7	2.8	4.4	0.3	1.5
56	6.5	2.8	5.2	0.6	2.3
57	6.5	3.6	5.3	1.2	2.4
58	7.4	3.7	5.8	1.5	3.3
59	7.3	4.4	5.8	2.2	3.2
60	8.1	4.5	6.6	2.3	3.7
61	8.2	5.3	6.8	2.9	4.0
62	8.9	5.3	7.6	3.0	4.8
63	9.1	6.0	7.6	3.5	4.8
64	9.6	6.1	8.5	3.7	5.6
65	9.7	6.8	8.8	4.1	5.6
66	10.3	6.8	9.3	4.4	6.4
67	10.4	7.4	9.4	4.9	6.5
68	11.0	7.5	10.0	5.1	7.2
69	11.1	8.1	10.1	5.6	7.4
70	11.7	8.3	10.7	5.8	8.0
71	11.6	9.1	10.8	6.4	8.1
72	12.7	9.2	11.4	6.6	8.6
73	12.7	9.8	11.5	7.1	8.7
74	13.4	10.0	12.1	7.3	9.1
75	13.4	10.9	12.3	7.8	9.2
76	14.0	11.1	12.8	8.0	9.6
77	14.2	11.7	13.0	8.4	9.7
78	14.8	11.9	13.6	8.6	10.0
79	14.8	13.1	13.5	9.0	10.2
80	15.7	12.9	14.5	9.1	10.5
81	15.7	14.0	14.7	9.6	10.6
82	16.4	13.8	15.7	9.7	10.9
83	16.4	14.4	15.8	10.5	10.9
84	-	14.5	16.2	10.2	12.0
85	-	-	16.1	11.4	11.9
86	-	-	16.6	11.1	12.9
87	-	-	-	12.2	12.9
88	-	-	-	-	14.0

Таблица 1. Энергии отделения протона B_p в зависимости от числа нейтронов N в изотопах Cd (Z=48), In (Z=49), Sn (Z=50), Sb (Z=51) и Te (Z=52).

Энергии отделения протона B_p имеют немонотонную зависимость от N, высота пульсаций энергии составляет около 600~800 кэВ. При добавлении одного нейтрона к изотопам In и Sb с четным числом нейтронов, энергия отделения протона B_p изменяется на 600~800 кэВ. Однако при добавлении второго нейтрона энергия отделения протона B_p практически не увеличивается, а порой даже немного уменьшается. Это можно объяснить связью неспаренных протона и нейтрона. Можно сделать вывод, что энергия спаривания пары нейтронов в этих изотопах составляет P_{np} 600~800 кэВ. Более интересная ситуация наблюдается в изотопах Cd, Sn и Te, энергия отделения протона увеличивается при добавлении нейтрона к изотопам с нечетным числом нейтронов. Объяснить такую зависимость можно наличием все той же n-р связи: часть энергии, необходимой на разрушение сил спаривания между двумя протонами, компенсируется тем, что второй протон связывается с неспаренным нейтроном. При добавлении второго нейтрона ядро становится четно-четным, следовательно требуется больше энергии на разрыв связи между парой нейтронов, поскольку второй протон в итоге остается неспаренным, а все нейтроны спарены между собой.

В таблице 2 приведены рассчитанные на основе данных, приведенных в [1], энергии отделения нейтрона B_n в изотопах Cd (Z = 48), In (Z = 49), Sn (Z = 50), Sb (Z = 51) и Te (Z = 52). На рис. 3 показаны энергии отделения нейтрона B_n в зависимости от числа нейтронов в изотопах с четным числом протонов Cd (Z=48), Sn (Z=50), Te (Z=52), а также в изотопах In (Z=49) и Sb (Z=51), имеющих нечетное число протонов. Хорошо видно, что для изотопов с четным числом нейтронов N энергия отделения нейтрона существенно выше, чем для ядер с нечетным числом N. Это обусловлено энергией спаривания пары нейтронов. По высоте пилообразной структуры графиков можно оценить энергию спаривания P_{nn} пары нейтронов в этих ядрах как 2.5~2.7 МэВ.

Резкие скачки в энергии в районе N = 82 - 83 обусловлены тем, что в изотопах с магическим числом нейтронов N = 82 оболочка оказывается полностью заполненной, а в изотопах с N > 83 нейтроны начинают заполнять уровень $2f_{7/2}$ следующей оболочки. Разница энергий отделения нейтронов в изотопах с N = 81 и N = 83 составляет 2.2~3.7 МэВ. Аналогичная ситуация наблюдается в районе N = 50, что соответствует магическому числу N = 50.



Рис. 3. Энергия отделения нейтрона *B_n* в зависимости от числа нейтронов N: a) в изотопах Cd, In, Sn, Sb, Te для всех изотопов, б) в изотопах Cd, Sn, Te отдельно для изотопов с четным и нечетным N.

Число	(-)	нергия от	деления не	ейтрона В _п	, МэВ
нейтронов, N	Cd	In	Sn	Sb	Te
48	17.5	-	-	-	-
49	12.6	15.0	-	-	-
50	15.1	15.5	17.7	-	-
51	10.3	10.9	10.9	-	-
52	12.5	12.5	13.4	-	-
53	9.6	10.2	10.1	11.1	-
54	12.0	12.0	12.7	12.7	13.8
55	9.0	9.6	9.7	10.6	10.4
56	11.4	11.4	12.2	12.5	13.3
57	8.4	9.2	9.2	9.9	10.0
58	10.9	11.0	11.5	11.8	12.7
59	7.9	8.6	8.7	9.4	9.3
60	10.3	10.4	11.3	11.4	11.9
61	7.3	8.1	8.2	8.8	9.1
62	9.9	10.0	10.8	10.9	11.6
63	7.0	7.7	7.7	8.2	8.2
64	9.4	9.4	10.3	10.6	11.3
65	6.5	7.3	7.5	7.9	7.9
66	9.0	9.0	9.6	9.9	10.7
67	6.1	6.8	6.9	7.4	7.5
68	8.7	8.8	9.3	9.5	10.3
69	5.8	6.4	6.5	7.0	7.2
70	8.4	8.5	9.1	9.2	9.8
71	5.3	6.1	6.2	6.8	6.9
72	8.1	8.2	8.8	9.0	9.4
73	5.2	5.8	5.9	6.5	6.6
74	7.7	7.9	8.5	8.7	9.1
75	4.7	5.5	5.7	6.2	6.3
76	7.5	7.7	8.2	8.4	8.8
77	4.7	5.4	5.6	6.0	6.1
78	7.0	7.3	7.9	8.1	8.4
79	4.3	5.4	5.3	5.7	5.9
80	6.9	6.7	7.6	7.8	8.0
81	4.0	5.0	5.2	5.8	5.8
82	6.5	6.3	7.3	7.3	7.7
83	1.8	2.4	2.5	3.3	3.3
84	3.5	3.6	3.9	3.6	4.7
85	-	2.2	2.1	3.3	3.2
86	-	3.3	3.8	3.5	4.4
87	-	-	1.9	3.0	2.9
88	-	-	-	3.2	4.3
89	-	-	-	-	2.7
90	-	-	-	-	3.9

Таблица 2. Энергия отделения нейтрона B_n в зависимости от количества нейтронов N в изотопах Cd (Z=48), In (Z=49), Sn (Z=50), Sb (Z=51) и Te (Z=52).

Более детально оценить энергию спаривания нуклонов в изотопах близ замкнутой оболочки с Z = 50 можно анализируя энергии отделения протона B_p (таблица 1) и энергии отделения нейтрона B_n (таблица 2) в зависимости от числа нейтронов N в ядре, Эти зависимости приведены на рис. 2,3. Видно, что с увеличением массового числа A происходит увеличение энергии отделения протона и уменьшение энергии отделения нейтрона. Увеличение массового числа A соответствует удалению от границы протонной стабильности и приближению к границе нейтронной стабильности.

Пилообразный характер энергии связи нейтрона в зависимости от числа нейтронов N является проявлением сил спаривания нейтронов. Нечетный нейтрон взаимодействует только со всеми остальными нуклонами в ядре, в то время как у четного нейтрона появляется дополнительное взаимодействие с нечетным нейтроном. Парное взаимодействие двух нейтронов можно оценить, используя энергии отделения нейтронов в соседних изотопах:

$$P_{nn}^{(1)}(Z,N) = B_n(Z,N) - B_n(Z,N-1),$$
(2)

где *N* – четное число нейтронов.

На рис. 4(а) показаны величины энергии спаривания нейтронов $P_{nn}(Z,N)$ в четночетных изотопах Cd, Sn и Te в зависимости от числа нейтронов N. Численные результаты приведены в таблице 3. Однако, как видно из рис. 3, наблюдается уменьшение энергии отделения нейтронов в зависимости от числа нейтронов N в ядре. Поэтому более реалистическую оценку энергии спаривания нейтронов $P_{nn}(Z,N)$ можно получить, сравнивая энергии отделения нейтронов как в изотопе (Z, N-1), так и в изотопе (Z, N+1). Соответствующую оценку энергии спаривания нейтронов $P_{nn}(Z,N)$ можно получить, используя соотношение:

$$P_{nn}^{(2)}(Z,N) = 1/2 * [2 * B_n(Z,N) - B_n(Z,N-1) - B_n(Z,N+1)].$$
(3)

Это соотношение эффективно учитывает уменьшение энергии отделения нейтрона *B_n* при движении к границе нейтронной стабильности.

В таблице 3 представлены данные энергий спаривания нейтронов в зависимости от числа нейтронов N в изотопах Cd, Sn и Te, рассчитанных на основе соотношения (3). На рис. 4(б) представлены графики соответствующих зависимостей в диапазоне чисел N = 54 - 80. Энергии спаривания в изотопах Cd, Sn и Te в районе числа нейтронов N = 68 - 76 имеют близкие значения, что может быть объяснено заполнением состояния $1h_{11/2}$ нейтронными парами. Средняя энергия спаривания в этих изотопах составляет $\sim 2.7 - 2.8$ МэВ.

четных изотопах Са, Sn и 1е.									
Ν	V.	Ізотопы С	Ľd	I I	Ізотопы S	n	V	Ізотопы Т	e
	Α	$P_{nn}^{(1)}$	$P_{nn}^{(2)}$	А	$P_{nn}^{(1)}$	$P_{nn}^{(2)}$	А	$P_{nn}^{(1)}$	$P_{nn}^{(2)}$
50	98	2.53	3.67	100	-	-	-	-	-
52	100	2.18	2.54	102	2.53	2.895	-	-	-
54	102	2.43	2.6955	104	2.52	2.72	106	-	-
56	104	2.356	2.6625	106	2.49	2.745	108	2.93	3.13
58	106	2.446	2.698	108	2.301	2.582	110	2.78	3.125
60	108	2.416	2.714	110	2.606	2.854	112	2.62	2.695
62	110	2.588	2.7635	112	2.614	2.829	114	2.49	2.93
64	112	2.418	2.636	114	2.555	2.6535	116	3.04	3.212
66	114	2.502	2.7015	116	2.018	2.32	118	2.799	2.9805
68	116	2.559	2.741	118	2.386	2.6155	120	2.757	2.9155
70	118	2.577	2.829	120	2.625	2.7815	122	2.618	2.7625
72	120	2.862	2.92	122	2.641	2.753	124	2.495	2.6745
74	122	2.584	2.837	124	2.541	2.6475	126	2.543	2.6835
76	124	2.82	2.785	126	2.459	2.5505	128	2.494	2.597
78	126	2.32	2.55	128	2.352	2.4615	130	2.337	2.414
80	128	2.59	2.735	130	2.289	2.3315	132	2.116	2.163
82	130	2.5	3.6	132	2.065	3.4545	134	1.851	3.097
84	132	1.7	-	134	1.454	1.652	136	1.329	1.3995
86	-	-	-	136	1.7	1.8	138	1.24	1.37
88	-	-	-	-	-	-	140	1.33	1.465
90	-	-	-	-	-	-	142	1.2	-

Таблица 3. Энергия спаривания нейтрона $P_{nn}^{(1)}$ и энергия спаривания $P_{nn}^{(2)}$ в четно-



Рис 4. Энергия спаривания нейтрона $P_{nn}^{(1)}$ (а) и энергия спаривания $P_{nn}^{(2)}$ (б) в четночетных изотопах Cd, Sn и Te.

Диаграмма одночастичных состояний, образующих оболочку N, Z = 50-82, показана на рис. 5. В изотопах Cd и Te происходит заполнение нейтронной оболочки N = 50-82. В тяжелых изотопах Cd (A > 130) и Te (A > 134) начинает заполняться оболочка N = 82 - 126. В Cd протоны полностью заполняют все одночастичные состояния до уровня $2p_{1/2}$ и почти полностью заполняют уровень $1g_{9/2}$, оставляя в нем две вакансии. В изотопах Te протоны полностью заполняют все одночастичные состояния вплоть до уровня $1g_{9/2}$, а 51-ый и 52-ой протоны находятся на уровне $2d_{5/2}$.



Рис. 5. Диаграмма одночастичных состояний оболочек N=50-82. Круглыми скобками обозначено число нейтронов на уровне, квадратными – полное число нейтронов N.

Порядок заполнения одночастичных состояний в изотопах Cd, Sn и Te зависит от величины спин-орбитального взаимодействия, числа нейтронов, заполняющих оболочку N = 50 - 82 и энергии спаривания нейтронов.

В дальнейшем более детально рассмотрим, как изменяются одночастичные состояния по мере заполнения их нейтронами. Сейчас же обратим внимание на следующие особенности схемы одночастичных состояний нейтронов, которые характерны для всех изотопов Cd, Sn и Te.

• Энергетический интервал, в котором расположены одночастичные состояния оболочки *N* = 50 – 82 составляет ~2.5 МэВ.

- Расстояние между нижним состоянием $2d_{5/2}$ оболочки N = 50 82 и верхним состоянием $1g_{9/2}$ оболочки N = 28 50 (величина энергетической щели) составляет ~4 МэВ.
- Расстояние между верхним состоянием $1h_{11/2}$ оболочки N=50-82 и нижним состоянием $2f_{7/2}$ оболочки N = 82 126 составляет ~4 МэВ.
- В случае протонных одночастичных состояний расстояние между оболочками Z = 28-50 и Z = 50-82 гораздо больше (порядка ~5 МэВ в обоих случаях), следовательно одночастичные возбуждения соответствуют переходам неспаренного нейтрона.
- Энергия спаривания двух эквивалентных нуклонов приближенно описывается соотношением E_{cnap} ≈ 34/A^{3/4} и для ядер области A ≈ 120 E_{cnap} составляет 0.9~1.1 МэВ.

В одночастичной модели, развитой в работах Гепперт-Майер и Иенсена, считается, что атомное ядро имеет сферическую симметричную конфигурацию. Информацию о форме атомного ядра можно получить из анализа:

- статических квадрупольных моментов ядер в основном состоянии.
- энергии низколежащих состояний $J^p = 2^+$ в четно-четных изотопах.
- вероятности Е2-переходов низколежащих возбужденных состояний.

В таблице 4 и на рис. 6 приведены энергии низших возбужденных состояний $J^p = 2^+$ в четно-четных изотопах Cd (Z = 48), Sn (Z = 50) и Te (Z = 52). В изотопах Sn, имеющих полностью заполненную оболочку Z = 50, энергия первого состояния 2^+ составляет ~1.3 МэВ, в то время как в изотопах Cd, имеющего две протонных вакансии на уровне $1g_{9/2}$, и изотопах Te, имеющих два дополнительных протона на уровне $2d_{5/2}$, энергия состояния 2^+ понижается до 0.7-0.8 МэВ. Это изменение положения уровня $J^p = 2^+$ является одним из убедительных доказательств связи между нейтронными и протонными состояниями в ядре. Повышение энергии состояния 2^+ при числе нейтронов N = 82 - свидетельство проявления магического числа N = 82 в четно-четных изотопах Z = 48, 50, 52. Кроме того наблюдается слабое повышение энергии состояния 2^+ в районе N = 62, 64, что является указателем на квазимагическое число N = 64. Т.е. 5 уровней $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$ и $1h_{11/2}$, составляющих оболочку N = 50 - 82, группируются, образуя пару близко расположенных уровней $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$ и 3 близко расположенных уровня $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$

Величины параметров квадрупольной деформации (таблица 5), рассчитанные на основе экспериментальных значений вероятности (Е2) переходов, также свидетельствуют о том, что изотопы Sn, Cd и Te имеют небольшую деформацию и могут рассматриваться как сферические. Аналогичный вывод следует из анализа статических квадрупольных моментов и расчетов равновесной формы ядра из условия минимизации суммы одночастичных энергий ядра.

Ν	Изотоп	Энергия	Изотоп	Энергия	Изотоп	Энергия
		возбуждения,		возбуждения,		возбуждения,
		кэВ		кэВ		кэВ
52	$^{100} Cd$	1004.11	¹⁰² Sn	1472	-	-
54	$^{102} Cd$	776.55	¹⁰⁴ Sn	1260.1	¹⁰⁶ Te	664.8
56	^{104}Cd	658.00	¹⁰⁶ Sn	1207.7	¹⁰⁸ Te	625.20
58	^{106}Cd	632.64	¹⁰⁸ Sn	1206.07	¹¹⁰ Te	657.70
60	^{108}Cd	632.988	¹¹⁰ Sn	1211.88	¹¹² <i>Te</i>	689.01
62	^{110}Cd	657.7645	¹¹² Sn	1256.85	¹¹⁴ <i>Te</i>	708.74
64	^{112}Cd	617.520	¹¹⁴ Sn	1299.907	¹¹⁶ <i>Te</i>	678.92
66	^{114}Cd	558.456	¹¹⁶ Sn	1293.560	¹¹⁸ <i>Te</i>	605.706
68	^{116}Cd	513.490	¹¹⁸ Sn	1229.666	¹²⁰ Te	560.438
70	^{118}Cd	487.77	¹²⁰ Sn	1171.265	¹²² Te	564.094
72	^{120}Cd	505.94	¹²² Sn	1140.51	¹²⁴ Te	602.7271
74	^{122}Cd	569.45	¹²⁴ Sn	1131.739	¹²⁶ Te	666.352
76	^{124}Cd	612.8	¹²⁶ Sn	1141.15	¹²⁸ Te	743.219
78	^{126}Cd	652.0	¹²⁸ Sn	1168.82	¹³⁰ Te	839.494
80	^{128}Cd	645	¹³⁰ Sn	1221.26	¹³² <i>Te</i>	974.22
82	^{130}Cd	1325	132 Sn	4041.20	¹³⁴ <i>Te</i>	1279.11
84	-	-	¹³⁴ Sn	725.6	¹³⁶ <i>Te</i>	606.64
86	-	-	-	-	¹³⁸ <i>Te</i>	443.1

Таблица 4. Энергии низших возбужденных состояний $J^p = 2^+$ в четно-четных изотопах Cd (Z=48), Sn (Z=50) и Te (Z=52), N – число нейтронов.



Рис. 6. Энергии низших возбужденных состояний с $J^p = 2^+$ в четно-четных изотопах Cd (Z=48), Sn (Z=50) и Te (Z=52).

Таблица 5. Среднеквадратичные деформации изотопов Cd (Z=48), Sn (Z=50) и Te (Z=52). Данные работ [9-10].

14	Количество	Деформация	Деформация
ИЗОТОП	нейтронов, N	ядра $\beta_2(B(E2))$	ядра $\beta_2(Q_{mom})$
^{103}Cd	55		0.184 ± 0.171
^{104}Cd	56	0.174 ± 0.024	
$^{105} Cd$	57		0.098 ± 0.014
^{106}Cd	58	0.1732 ± 0.0042	0.079 ± 0.027
^{107}Cd	59		0.153 ± 0.023
^{108}Cd	60	0.1752 ± 0.0041	0.126 ± 0.029
^{109}Cd	61		0.153 ± 0.023
^{110}Cd	62	0.1771 ± 0.0039	0.11 ± 0.017
^{112}Cd	64	0.1863 ± 0.0036	0.101 ± 0.016
^{114}Cd	66	0.1912 ± 0.0035	0.094 ± 0.008
^{116}Cd	68	0.1907 ± 0.0034	0.17 ± 0.039
^{118}Cd	70	0.19 ± 0.007	
^{120}Cd	72	0.172 ± 0.011	
^{122}Cd	74	0.182 ± 0.045	
¹⁰⁹ Sn	59		0.066 ± 0.025
¹¹¹ <i>Sn</i>	61		0.029 ± 0.016
¹¹² Sn	62	0.1227 ± 0.0036	0.008 ± 0.029
¹¹⁴ Sn	64	0.119 ± 0.013	
¹¹⁶ Sn	66	0.1118 ± 0.0016	0.043 ± 0.012
¹¹⁸ Sn	68	0.1106 ± 0.0021	0.013 ± 0.036
¹²⁰ Sn	70	0.1075 ± 0.0011	0.012 ± 0.026
¹²¹ Sn	71		-0.007 ± 0.007
122 Sn	72	0.1036 ± 0.0011	
¹²³ Sn	73		$+0.003 \pm 0.005$
¹²⁴ Sn	74	0.0953 ± 0.0012	0 ± 0
¹²⁵ Sn	75		0.011 ± 0.024
¹²⁷ Sn	77		0.034 ± 0.015
¹²⁹ Sn	79		0.017 ± 0.037
¹³¹ Sn	81		-0.013 ± 0.027
¹²⁰ Te	68	0.202 ± 0.021	
122 <i>Te</i>	70	0.1848 ± 0.0008	0.119 ± 0.018
¹²⁴ Te	72	0.1695 ± 0.0009	0.106 ± 0.017
¹²⁶ Te	74	0.1534 ± 0.0016	0.046 ± 0.023
$^{128}\overline{Te}$	76	0.1363 ± 0.0011	0.032 ± 0.029
$^{129}\overline{Te}$	77		0.018 ± 0.005
¹³⁰ <i>Te</i>	78	$0.\overline{1184 \pm 0.0014}$	0.034 ± 0.024

В таблице 6 приведены спин-четности J^p основных состояний изотопов Cd, Sn и Te. Даже поверхностный анализ таблицы 6 показывает, что Cd, Sn и Te имеют гораздо большее количество изотопов со спин-четностью $J^p = 5/2^+$ и $J^p = 1/2^+$, чем следует из оболочечной модели. В изотопах Cd и Te кроме того аномально большое количество состояний со спин-четностью $J^p = 3/2^+$. Это противоречит модели последовательного заполнения одночастичных состояний нейтронами и свидетельствует о более сложном механизме заполнения одночастичных состояний. Разобраться в этом позволяет анализ спектра низших возбужденных состояний четно-четных изотопов Cd, Sn, Te.

Число	Спин-че	тность ос	новного	
нейтронов,	co	стояния Ј	p	
N	Cd	Sn	Te	
51	$(5/2)^+$	$(5/2)^+$	-	
53	$(5/2)^+$	$(5/2)^+$	$(5/2)^+$	
55	$(5/2)^+$	$(5/2)^+$	-	
57	5/2+	$(5/2)^+$	$(5/2)^+$	
59	$5/2^+$	$5/2^{+}$	$(5/2)^+$	
61	5/2+	$7/2^+$	$(7/2)^{+}$	
63	$1/2^+$	$1/2^+$	$7/2^+$	
65	1/2+	$1/2^+$	$1/2^{+}$	
67	$1/2^+$	$1/2^+$	$1/2^{+}$	
69	$1/2^+$	$1/2^+$	$1/2^{+}$	
71	3/2+	3/2+	$1/2^{+}$	
73	$(3/2)^+$	$11/2^{-}$	$1/2^{+}$	
75	$(3/2)^+$	$11/2^{-}$	$3/2^{+}$	
77	$(3/2)^+$	$(11/2)^{-}$	$3/2^+$	
79	$(3/2)^+$	$(3/2)^+$	$3/2^+$	
81	$(3/2)^+$	$(3/2)^+$	$(3/2)^+$	
83	$(7/2)^{-}$	$(7/2)^{-}$	$(7/2)^{-}$	
85	_	$(7/2)^{-}$	$(7/2)^{-}$	
87	-	-	$(7/2)^{-}$	

Таблица 6. Спин-четность *J^p* основных состояний четно-нечетных изотопов Cd (Z=48), Sn (Z=50) и Te (Z=52).

В одночастичной модели оболочек предполагается последовательное заполнение нейтронами в соответствии с принципом Паули. Однако спаривание нейтронов приводит к изменению порядка одночастичных состояний. Рассмотрим последовательность заполнения одночастичных состояний j_1 и j_2 . Состояние j_1 расположено по энергии ниже состояния j_2 (рис. 7). В зависимости от разности энергий состояний $E_2 - E_1$ и разности энергий спаривания нейтронов в этих одночастичных состояниях $P_{nn}(j_2) - P_{nn}(j_1)$ возможны 3 различные последовательности заполнения нейтронами одночастичных состояний j_1 и j_2 .

$$------E_2, j_2, P_m(j_2)$$

Вариант I: $E_2 - E_1 > P_{nn}(j_2) - P_{nn}(j_1)$.

Последовательное заполнение уровней будет таким, как предсказывает одночастичная модель оболочек. На уровне j_1 в соответствии с принципом Паули может располагаться $2j_1 + 1$ нейтрон (протон). Поэтому значение спина ядра будет определяться следующей последовательностью конфигураций $(j_1)^1$; $(j_1)^2$; $(j_1)^3$; ...; $(j_1)^{2j_1+1}$; $(j_1)^{2j_1+1}(j_2)^1$; $(j_1)^{2j_1+1}(j_2)^2$; ...; $(j_1)^{2j_1+1}(j_2)^{2j_2+1}$. Значение спина ядра, соответствующее нечетному числу нейтронов в конфигурации, будет равно $J = j_1$ или $J = j_2$, соответствующее четному числу нейтронов в конфигурации, будет равно $J^p = 0^+$.

Вариант II: $P_{nn}(j_2) - P_{nn}(j_1) > 2(E_2 - E_1)$.

Энергия спаривания двух нейтронов на уровне j_2 больше энергии спаривания двух нейтронов на уровне j_1 . Поэтому последовательность заполнение нейтронами состояний j_1 и j_2 будет следующей. Первый нейтрон сядет на уровень j_1 . Однако, т.к. энергия спаривания двух нейтронов $P_{nn}(j_2)$ на уровне j_2 больше, чем энергия спаривания двух нейтронов $P_{nn}(j_1)$ на уровне j_1 и больше, чем удвоенная разность энергий $E_2 - E_1$, то второй нейтрон подхватит первый нейтрон с уровня j_1 и образует с ним пару на уровне j_2 с суммарным моментом $J^p = 0^+$. Третий нейтрон снова сядет на уровень j_1 , образуя конфигурацию ядра $(j_1)^1(j_2)^2$. Четвертый нейтрон снова подхватит нейтрон с уровня j_1 и образует вторую пару на уровне j_2 , соответствующая конфигурация $(j_2)^4$. Так будет продолжаться до тех пор, пока состояние j_2 не будет полностью заполнено $2j_2 + 1$ нейтронами. После этого будет происходить последовательное заполнение нейтронами состояния j_1 . Последовательные конфигурации изотопов, соответствующие заполнению состояний j_1 и j_2 , будут иметь вид $(j_1)^1$; $(j_2)^2$; $(j_1)^1(j_2)^2$; $(j_2)^4$;; $(j_1)^1(j_2)^{2j_2+1}$; $(j_1)^2(j_2)^{2j_2+1}$; ...; $(j_1)^{2j_1+1}(j_2)^{2j_2+1}$. Также как в варианте I спин и четность ядра будет определяться значением спина и четности неспаренного нейтрона.

Вариант III: $E_2 - E_1 < P_{nn}(j_2) - P_{nn}(j_1) < 2(E_2 - E_1)$.

В этом случае энергия спаривания больше разности энергий состояний j_1 и j_2 , но меньше удвоенной разности энергий этих состояний. Поэтому вначале происходит

последовательное заполнение нейтронами нижнего состояния j_1 . Разности энергий спаривания $P_{nn}(j_2) - P_{nn}(j_1)$ оказывается недостаточно, чтобы заполнить парами нейтронов состояние j_2 . Так продолжается до тех пор, пока не будет полностью заполнено состояние j_1 . Заполнение состояния j_1 происходит $2j_1 + 1$ нейтронами. Со следующего нейтрона начинает заполняться состояние j_2 . Однако в данном случае, т.к. $P_{nn}(j_2) - P_{nn}(j_1) > E_2 - E_1$, оказывается энергетически более выгодно разорвать связь между парой нейтронов в состоянии j_1 и образовать пару нейтронов в состоянии j_2 . Спин ядра в данном случае будет определяться неспаренным нейтроном в состоянии j_1 . Следующий нейтрон образует пару в состоянии j_1 . Таким образом последовательность заполнения нейтронами состояний j_1 и j_2 будет соответствовать образованию конфигураций $(j_1)^1$; $(j_1)^2$; $(j_1)^3$; ...; $(j_1)^{2j_1+1}$; $(j_1)^{2j_1}(j_2)^2$; $(j_1)^{2j_1+1}(j_2)^2$; $(j_1)^{2j_1}(j_2)^4$; ...; $(j_1)^{2j_1+1}(j_2)^{2j_2+1}$. Неспаренный нейтрон в состояния j_1 или j_2 будет определять суммарный спин ядра. Четное число нейтронов дают суммарный спин $J^p = 0^+$.

На рис. 8 приведены энергии низших возбужденных состояний четно-четных изотопов Cd и Te в зависимости от числа нейтронов. Для сравнения здесь же приведена аналогичная зависимость для изотопов Sn.

Исходя из значений спинов J, четностей P, энергий основных и низковозбужденных состояний изотопов Cd и Te была построена схема заполнения нейтронами оболочки N = 50 - 82 (таблица 7). Также была построена схема заполнения нейтронами оболочки N = 50 - 82 в изотопах Sn (таблица 8). В основу построения схем заполнения одночастичных состояний была положена последовательность одночастичных состояний, приведенная на рис. 5, с учетом энергий возбуждения низколежащих возбужденных состояний, приведенных на рис. 8.

В легких четно-четных изотопах Cd, Sn и Te основные и первые возбужденные состояния имеют спин-четности $J^p = 5/2^+$ и $J^p = 7/2^+$, соответственно, что соответствует заполнению нейтронами уровней $2d_{5/2}$ и $1g_{7/2}$. Разность энергий состояний $7/2^+$ и $5/2^+$ в изотопах не превышает ~200 кэВ, что подтверждает близость одночастичных уровней $2d_{5/2}$ и $1g_{7/2}$ в области числа нейтронов N < 64. В изотопах Cd и Te с числом нейтронов N < 60 низшим одночастичным состояние по энергии является состояние $5/2^+$. В изотопах $^{113,115}Te$ основным состоянием становится состояние $1g_{7/2}$. В области N > 64 происходит практически одновременное заполнение нейтронами трех состояний $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$. И в этом случае расстояние между уровнями не превышает 200 кэВ. Эти особенности спектров возбужденных состояний изотопов Cd и Te необходимо учесть при заполнении нейтронных одночастичных состояний.



Рис. 8. Энергии низших возбужденных состояний а) изотопов Cd, б) изотопов Sn, в) изотопов Te в зависимости от числа нейтронов N.

	$\frac{1}{10000000000000000000000000000000000$					1-32	, A-10	0-130 <i>)</i> . IN	- 44		<u>enip</u>	JUD.				
	Cd		чис.	ло не	итрон	OB B			Те		чис.	по не	итрон	IOB B		
NT		1	сост	ОЯНИ	И					1	сост	ОЯНИІ	И			
IN		- 12	$2d_{5}$	$1g_{\underline{7}}$	$3s_{1}$	$2d_{\underline{3}}$	$1h_{11}$	$2f_{\underline{7}}$		- 12	$2d_{5}$	$lg_{\underline{7}}$	$3s_{1}$	$2d_{\underline{3}}$	$1h_{11}$	$2f_{\underline{7}}$
	A	J^{p}	2	2	2	2	2	2	А	J^{ν}	2	2	2	2	2	2
5.1	00	(5 (2) +	1													
51	99	(5/2)*	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
52	100	0+	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
53	101	$(5/2)^+$	1	2	-	-	-	-	105	$(5/2)^+$	1	2	-	-	-	-
54	102	0+	-	4	-	-	-	-	106	0^+	-	4	-	-	-	-
55	103	$(5/2)^+$	1	4	-	-	-	-	107	-	1	4	-	-	-	-
56	104	0+	-	6	-	-	-	-	108	0+	-	6	-	-	-	-
57	105	5/2+	1	6	-	-	-	-	109	$(5/2)^+$	1	6	-	-	-	-
58	106	0+	-	8	-	-	-	-	110	0+	-	8	-	-	-	-
59	107	5/2+	1	8	-	-	-	-	111	$(5/2)^+$	1	8	-	-	-	-
60	108	0+	2	8	-	-	-	-	112	0+	2	8	-	-	-	-
61	109	5/2+	3	8	-	-	-	-	113	$(7/2)^+$	4	7	-	-	-	-
62	110	0+	4	8	-	-	-	-	114	0+	4	8	-	-	-	-
63	111	1/2+	4	8	1	-	-	-	115	7 / 2+	6	7	-	-	-	-
64	112	0+	6	8	-	-	-	-	116	0+	6	8	-	-	-	-
65	113	$1/2^{+}$	6	8	1	-	-	-	117	$1/2^+$	6	8	1	-	-	-
66	114	0+	6	8	-	-	2	-	118	0+	6	8	-	-	2	-
67	115	$1/2^+$	6	8	1	-	2	-	119	$1/2^+$	6	8	1	-	2	-
68	116	0^+	6	8	-	-	4	-	120	0^+	6	8	-	-	4	-
69	117	1/2+	6	8	1	-	4	-	121	1/2+	6	8	1	-	4	-
70	118	0^+	6	8	2	-	4	-	122	0^+	6	8	-	-	6	-
71	119	3/2+	6	8	2	1	4	-	123	$1/2^+$	6	8	1	-	6	-
72	120	0+	6	8	2	-	6	-	124	0+	6	8	-	-	8	-
73	121	$(3/2)^+$	6	8	2	1	6	-	125	1/2+	6	8	1	-	8	-
74	122	0^{+}	6	8	2	-	8	-	126	0^+	6	8	2	-	8	-
75	123	$(3/2)^+$	6	8	2	1	8	-	127	3/2+	6	8	2	1	8	-
76	124	0+	6	8	2	-	10	-	128	0^+	6	8	2	-	10	-
77	125	$(3/2)^+$	6	8	2	1	10	-	129	3/2+	6	8	2	1	10	-
78	126	0+	6	8	2	-	12	-	130	0+	6	8	2	-	12	-
79	127	$(3/2)^+$	6	8	2	1	12	-	131	$3/2^+$	6	8	2	1	12	-
80	128	0+	6	8	2	2	12	-	132	0+	6	8	2	2	12	-
81	129	$(3/2)^+$	6	8	2	3	12	-	133	$(3/2)^+$	6	8	2	3	12	-
82	130	0+	6	8	2	4	12	_	134	0+	6	8	2	4	12	_
83	131	$(7/2)^{-}$	6	8	2	4	12	1	135	(7/2)-	6	8	2	4	12	1
84	132	0+	6	8	2	4	12	2	136	0+	6	8	2	4	12	2
85	-	-	-	-	-	-	-	-	137	$(7/2)^{-}$	6	8	2	4	12	3
86	-	_	_	_	_	_	_	_	138	0+	6	8	2	4	12	4
87	†		_	_	_	_	_	_	130	$(7/2)^{-}$	6	8	2	4	12	5
88					_		_		1/0	(7, 2)	6	8	2		12	6
00	-	-	-	-	-	-	-	-	140	U	U	o	4	+	14	U

Таблица 7. Заполнение нейтронных состояний $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$, $2f_{7/2}$ в изотопах Cd (Z=48, A=98-132) и Te (Z=52, A=108-136). N – число нейтронов.

	ИЗ	, A=10	<u>U-135).</u>					
Массовое	Число	Спин-	Числ	о нейтр	онов в	состоя	нии	
число	нейтронов	четность	$2d_5$	$1g_{7}$	$3s_1$	$2d_3$	$1h_{11}$	$2f_{7}$
Α	Ν	J^{p}	2	2	2	2	2	2
100	50	0+	-	-	-	-	-	-
101	51	$(5/2)^+$	1	-	-	-	-	-
102	52	0+	-	2	-	-	-	-
103	53	$(5/2)^+$	1	2	-	-	-	-
104	54	0^{+}	-	4	-	-	-	-
105	55	$(5/2)^+$	1	4	-	-	-	-
106	56	0^{+}	-	6	-	-	-	-
107	57	$(5/2)^+$	1	6	-	-	-	-
108	58	0+	-	8	-	-	-	-
109	59	5/2+	1	8	_	-	-	-
110	60	0^{+}	2	8	-	-	-	-
111	61	7 / 2+	4	7	-	-	-	-
112	62	0^{+}	4	8	-	-	-	-
113	63	1/2+	4	8	1	-	-	-
114	64	0^{+}	6	8	-	-	-	-
115	65	1/2+	6	8	1	-	-	-
116	66	0^{+}	6	8	-	-	2	-
117	67	1/2+	6	8	1	-	2	-
118	68	0^{+}	6	8	-	-	4	-
119	69	$1/2^+$	6	8	1	-	4	-
120	70	0^{+}	6	8	2	-	4	-
121	71	3/2+	6	8	2	1	4	-
122	72	0^{+}	6	8	2	-	6	-
123	73	11/2-	6	8	2	-	7	-
124	74	0+	6	8	2	-	8	-
125	75	11/2-	6	8	2	-	9	-
126	76	0^{+}	6	8	2	-	10	-
127	77	$(11/2)^{-}$	6	8	2	-	11	-
128	78	0+	6	8	2	-	12	-
129	79	$(3/2)^+$	6	8	2	1	12	-
130	80	0+	6	8	2	2	12	-
131	81	$(3/2)^+$	6	8	2	3	12	-
132	82	0+	6	8	2	4	12	-
133	83	$(7/2)^{-}$	6	8	2	4	12	1
134	84	0+	6	8	2	4	12	2
135	85	$(7/2)^{-}$	6	8	2	4	12	3

Таблица 8. Заполнение нейтронных состояний $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$, $2f_{7/2}$ в изотоцах Sn (Z=50 A=100-135)

Рассмотрим проявление сил спаривания на последовательности заполнения одночастичных состояний на примере изотопов Cd и Te.

Изотопы Cd.

Особенностью построения схемы заполнения нейтронных уровней является то, что одночастичные состояния $7/2^+$, соответствующие одному неспаренному нейтрону на уровне $1g_{7/2}$, отсутствуют. Также отсутствуют одночастичные состояния $11/2^-$, соответствующие неспаренному нейтрону на уровне $1h_{11/2}$. Зато наблюдаются 6 изотопов $^{99,101,103,105,107,109}Cd$, имеющих в основном состоянии $J^p = 5/2^+$, 4 изотопа $^{111,113,115,117}Cd$, имеющие в основном состоянии $J^p = 1/2^+$ и 6 изотопов $^{119,121,123,125,127,129}Cd$, имеющих в основном состоянии $J^p = 3/2^+$. Такая особенность значений спинов и четностей изотопов Cd свидетельствует о нарушении последовательного заполнения нейтронами ядерных уровней. Подобно аналогичному процессу заполнения ядерных уровней в изотопах Sn [11], происходит заполнение некоторых уровней сразу парой нейтронов. Это происходит, когда один нейтрон подхватывает другой с частично заполненного уровня, чтобы образовать пару с моментом и четностью $J^p = 0^+$ на уровне с бо́льшим l, j.

В легких изотопах Cd происходит одновременное заполнение ядерных состояний $2d_{5/2}$ и $1g_{7/2}$. Состояние $1g_{7/2}$ имеет спин больше, чем состояние $2d_{5/2}$. Поэтому, в соответствии с рассмотренной выше последовательностью заполнения (вариант II) происходит заполнение состояния $7/2^+$ преимущественно парой спаренных нейтронов. В ^{99,101,103,105,107,109}Cd один неспаренный нейтрон находится в нечетных изотопах одночастичном состоянии $2d_{5/2}$ и определяет спин и четность соответствующих изотопов. Четно-четные изотопы ^{100,102,104,106} С*d* имеют соответственно 2, 4, 6, 8 нейтронов на уровне $1g_{7/2}$. Изотоп ¹⁰⁶Cd имеет полностью заполненный нейтронами уровень $1g_{7/2}$. После этого начинается последовательное заполнение нейтронами уровня $2d_{5/2}$. Изотоп ¹¹⁰Cd имеет нейтронную конфигурацию $(2d_{5/2})^4 (1g_{7/2})^8$. В изотопе ¹¹¹*Cd* неспаренный нейтрон занимает состояние $3s_{1/2}$, однако следующий нейтрон образует связанное состояние двух нейтронов на уровне $2d_{5/2}$. При этом уровень $2d_{5/2}$ полностью заполняется шестью нейтронами. Изотоп ¹¹²Cd содержит 64 нейтрона и имеет нейтронную конфигурацию $(2d_{5/2})^6 (1g_{7/2})^8$, что соответствует полностью заполненным состояниям $2d_{5/2}$ и $1g_{7/2}$ и объясняет проявление квазимагического числа N = 64.

В изотопах Cd с массовым числом A > 114 уровень $11/2^-$ опускается достаточно низко $(E(11/2^-) < 300 \text{ кэB})$. Поэтому в тяжелых изотопах Cd будет происходить параллельное заселение нейтронами состояний $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$ и $1h_{11/2}$. Т.к. Энергия спаривания нейтронов в состоянии $1h_{11/2}$ гораздо больше, чем в состояниях $3s_{1/2}$ и $2d_{3/2}$, состояние $1h_{11/2}$ будет заселяться парами нейтронов, в то время как нечетный нейтрон будет садиться на более низко расположенные по энергии состояния $3s_{1/2}$ и $2d_{3/2}$. В изотопах $^{113-117}Cd$ происходит одновременное заполнение нейтронами одночастичных состояний $3s_{1/2}$ и $1h_{11/2}$. При этом состояние с бо́льшим спином $1h_{11/2}$ заполняется сразу парой нейтронов. В изотопах $^{113,115,117}Cd$ в состоянии $3s_{1/2}$ находится один неспаренный нейтрон, что определяет спины и четности изотопов $^{113,115,117}Cd$ $J^p = 1/2^+$. Состояние $1h_{11/2}$

заполняется сразу парой нейтронов, изотопы $^{114,116,118}Cd$ имеют нейтронные конфигурации соответственно $(2d_{5/2})^6(1g_{7/2})^8(1h_{11/2})^2$, $(2d_{5/2})^6(1g_{7/2})^8(1h_{11/2})^4$, $(2d_{5/2})^6(1g_{7/2})^8(3s_{1/2})^2(1h_{11/2})^4$. Заполнение нейтронами состояния $2d_{3/2}$ происходит в изотопах $^{127-130}Cd$ после того, как нейтроны полностью заполнят состояние $1h_{11/2}$.

Изотопы Те.

Самый легкий из известных изотопов Теллура ¹⁰⁵*Te* имеет спин-четность $J^p = (5/2)^+$, что соответствует конфигурации основного состояния $(2d_{5/2})^1 (1g_{7/2})^2$. Также как в случае легких изотопов Cd, за счет эффекта спаривания состояние $1g_{7/2}$ должно заполняться преимущественно парами нейтронов. Расстояния между уровнями $5/2^+$ и $7/2^+$ не превышает 100-150 кэВ, поэтому нечетные изотопы ^{105,109,111}*Te* имеют в основном состоянии спин-четность $J^p = (5/2)^+$. Спин и четность основного состояния изотопа ¹⁰⁷*Te* не измерены. В нашей схеме заполнения одночастичных состояний мы по аналогии с легкими изотопами Cd и Te предполагаем, что конфигурация основного состояния изотопа ¹⁰⁷*Te* будет иметь вид $(2d_{5/2})^1 (1g_{7/2})^4$, т.е. спин-четность основного состояния изотопа ¹⁰⁷*Te* должна быть $J^p = 5/2^+$. В изотопах ^{113,115}*Te* низшим состоянием по энергии оказывается состояние $7/2^+$, что соответствует нечетному (семи) числу нейтронов на уровне $1g_{7/2}$. Также как и в изотопах Cd, в изотопах Te полное заполнение уровней $2d_{5/2}$ и $1g_{7/2}$ происходит при 64 нейтронах. По-видимому конфигурация основного состояния изотопа ¹¹⁶*Te* имеет вид $(2d_{5/2})^6 (1g_{7/2})^8$.

Начиная с изотопа ¹¹⁷ Те происходит практически одновременное заполнение трех близко расположенных состояний $1/2^+$, $3/2^+$ и $11/2^-$. Состояние $11/2^-$ из этих трёх состояний имеет максимальное значение спина. Поэтому оно будет заполняться преимущественно парами нейтронов подобно тому, как это происходило в изотопах Cd. В четных изотопах ^{118,120,122,124} *Те* нейтроны подхватываются с состояния 1/2⁺. Нечетные ^{117,119,121,123,125} *Те* имеют значения спин-четности изотопы $J^{p} = 1/2^{+}$. Нейтронная ^{125}Te конфигурация состояния изотопа имеет основного вид $(2d_{5/2})^{6}(1g_{7/2})^{8}(3s_{1/2})^{1}(1h_{11/2})^{8}$. Полностью заполненное нейтронами состояние $11/2^{-1}$ соответствует изотопу ${}^{130}Te$. Последовательное заполнение нейтронами уровня $2d_{3/2}$ происходит в изотопах ^{131–134} Te. Изотоп ¹³⁴ Te имеет нейтронную конфигурацию основного $(2d_{5/2})^{6}(1g_{7/2})^{8}(3s_{1/2})^{2}(2d_{3/2})^{4}(1h_{11/2})^{12}$, что соответствует состояния полностью заполненной нейтронной оболочке N = 50 - 82. Начиная с изотопа ¹³⁵*Te* происходит последовательное заполнение нейтронами состояния $2f_{7/2}$ следующей оболочки N = 82 - 126. Нечетные изотопы ^{135,137,139} *Te* имеют в основном состоянии значения спинчетности $J^{p} = 7/2^{-}$.

Для более детального анализа заполнения нейтронных уровней необходимо иметь результаты реакций срыва и подхвата. Из анализа этих данных можно извлечь информацию об энергиях одночастичных состояний и степени заполнения одночастичных состояний нейтронами.

Рассмотрим влияние сил спаривания на примере изотопов Sn. Анализ спектроскопических факторов изотопов ^{111,115,117,119} Sn показывает, что нейтроны в этих

изотопах уже начинают заполнять состояние $11/2^-$. В таблице 9 приведены энергии низших возбужденных состояний $11/2^-$, величины спектроскопических факторов и реакции, в которых извлекалась величина спектроскопического фактора.

Для качественной оценки заселения нейтронного уровня $1h_{11/2}$ в изотопах ^{112,116,118,120} Sn рассмотрим взятые непосредственно из экспериментальных данных спектроскопические факторы первого уровня $11/2^-$ изотопов ^{111,115,117,119} Sn, измеренные в реакциях подхвата (удаления) нейтрона. Такой уровень в данном случае содержит основную часть суммарной спектроскопической силы подхвата. На рассчитываемые числа нейтронов влияют данные реакции срыва (добавления) нейтрона, а также спектроскопические факторы других уровней. Тем не менее, приводимые ниже спектроскопические факторы низшего состояния $11/2^-$ коррелируют с числами нейтронов и могут служить для качественного анализа заселенностей ядерных состояний.

Конечное ядро	Энергия E, кэВ	Спектроскопический фактор S	Реакция
¹¹¹ <i>Sn</i>	978.6	0.82	$^{112}Sn(p,d)$
		1.6	$^{116}Sn(d,t)$
¹¹⁵ Sn	713.64	2.03	¹¹⁶ Sn(³ He, α)
		0.65	$^{116}Sn(p,d)$
117 C	214 59	3.1	$^{118}Sn(p,d)$
Sn	514.38	3.26	$^{118}Sn(d,t)$
		3.61	120 Sn (p,d)
¹¹⁹ Sn	89.53	4.4	$^{120}Sn(d,t)$
		3.5	$^{120}Sn(^{3}He, \alpha)$

Таблица 9. Энергии Е и спектроскопические факторы S низших уровней 11/2⁻, полученные в реакциях подхвата нейтрона на изотопах ^{112,116,118,120}Sn.

Уже в изотопе ¹¹² Sn уровень $1h_{11/2}$ оказывается заселенным, на нем находится ~1 нейтрона. Это следует из наличия у изотопа ¹¹¹ Sn состояния $11/2^-$ с соответствующим спектроскопическим фактором. Наблюдается рост заселенности уровня $1h_{11/2}$ в изотопах ^{112,116,118,120} Sn с ростом числа нейтронов N. Спектроскопический фактор первого состояния $11/2^-$ вырос до 3.5 - 4.4 в изотопе ¹¹⁹ Sn.

В таблице 10 приведено распределение чисел нейтронов N в изотопах ^{112,116,118,120} Sn на уровнях $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$, полученные в работе [12] на основе совместного анализа данных реакции срыва и подхвата. Сравнение приведенных в таблице 10 данных с результатами [11], полученными на основе анализа спин и четностей основного и низшего возбужденного состояний изотопов Sn показывает, что в целом они согласуются между собой в пределах точности обоих подходов. В частности суммарные числа нейтронов N в состояниях $1g_{7/2}$ и $2d_{5/2}$ показывают, что начиная с изотопа ¹¹⁶ Sn происходит заполнение нейтронами уровней $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$ и $1h_{11/2}$.

		Sn . IV -	- полное	число н	еитроног	5.			
Ν	Изотоп	T	Число нейтронов на уровне						
		$1g_{7/2}$	2 <i>d</i> _{5/2}	$3s_{1/2}$	$2d_{3/2}$	$1h_{11/2}$			
62	^{112}Sn	5.52	4.50	0.36	0.64	1.20			
66	¹¹⁶ Sn	7.20	5.10	0.94	1.08	2.04			
68	¹¹⁸ Sn	7.44	5.04	1.30	1.48	2.76			
70	¹²⁰ Sn	7.60	5.28	1.04	2.12	5.16			

Таблица 10. Числа нейтронов на уровнях $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$ изотопов

Наибольшее расхождение наблюдается в заполнении состояния $1h_{11/2}$. Заполнение нейтронами этого уровня может происходить раньше, чем показано в работе [11]. Однако, необходимо также иметь в виду, что суммарное число нейтронов N, полученное для изотопа ^{120}Sn , находящегося в оболочке N = 50 - 82 составляет 21.1, в то время как истинное число нейтронов – 20.0.

Таблица 11. Сравнение суммарного числа нейтронов в состояниях $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$ и в состояниях $3s_{1/2}$, $1h_{11/2}$, $2d_{3/2}$ в данных анализа спектроскопических факторов [12] и анализа [11].

	·············						
Суммарное число нейтронов в состояниях $1g_{7/2}$ и $2d_{5/2}$							
Изотоп	Данные анализа [11] Данные анализа спектроскопических факторов						
^{112}Sn	12	10.2					
¹¹⁶ Sn	14	12.3					
¹¹⁸ Sn	14	12.48					
¹²⁰ Sn	14	12.88					
	Суммарное число нейтронов в состояниях $3s_{1/2}$, $1h_{11/2}$, $2d_{3/2}$						
^{112}Sn	0	2.2					
¹¹⁶ Sn	2	4.04					
¹¹⁸ Sn	4	5.54					
^{120}Sn	6	7.32					

Заключение.

Сравнивая последовательность заполнения нейтронных уровней в изотопах Cd, Sn и Te можно отметить следующие закономерности:

- В изотопах Cd, Sn и Te наблюдаются нарушения порядка последовательного заполнения нейтронных уровней $2d_{5/2}$ и $1g_{7/2}$ с образованием пары нуклонов на уровне $1g_{7/2}$, в то время как уровень $2d_{5/2}$ остается заполненным не до конца.
- Также наблюдаются нарушения порядка последовательного заполнения нейтронных уровней $3s_{1/2}$ и $2d_{3/2}$ с образованием пары нуклонов на уровне $2d_{3/2}$, в то время как уровень $3s_{1/2}$ остается заполненным не до конца.
- Кроме того наблюдаются нарушения порядка последовательного заполнения нейтронных уровней $2d_{3/2}$ и $1h_{11/2}$ с образованием пары нуклонов на уровне $1h_{11/2}$ при не до конца заполненном уровне $2d_{3/2}$.

Это обусловлено тем, что пара нейтронов с большим моментом j(l) может иметь бо́льшую энергию спаривания по сравнению с парой нейтронов с меньшим j(l).

Величина энергии спаривания нейтронов в состояниях $2d_{5/2}$ и $1g_{7/2}$ играет существенную роль в распределении нейтронов по одночастичным состояниям модели оболочек. Однако, например, значение спина изотопа ${}^{105}Cd$ $J^p = 5/2^+$ может быть получено и для других конфигураций основного состояния ядра, в частности в конфигурациях $(2d_{5/2})^3(1g_{7/2})^4$ или $(2d_{5/2})^5(1g_{7/2})^2$.

В реальном ядре основное состояние изотопа ¹⁰⁵*Cd* является суперпозицией состояний $\alpha(2d_{5/2})^1(1g_{7/2})^6 + \beta(2d_{5/2})^3(1g_{7/2})^4 + \gamma(2d_{5/2})^5(1g_{7/2})^2$. Смешивание конфигураций в основном состоянии ядра может приводить и к более сложным конфигурациям, в которых четное число нейтронов может иметь суммарный спин $J \neq 0$.

Для более детального анализа распределения нейтронов по состояниям $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$ и $1h_{11/2}$ необходима дополнительная информация о величинах спектроскопических факторов в этих изотопах.

Литература:

1. В.В. Варламов, Б.С. Ишханов, С.Ю. Комаров. Атомные ядра. Основные характеристики: учебное пособие. ISBN 978-5-91304-122-72010 М.: Университетская книга, 2010.

2. Б.С. Ишханов, Атомные ядра. ВМУ, Серия 3, Физика. Астрономия. №1, 2012.

3. Bartlett, Phys. Rev. 41, 370 (1932); 42, 145 (1932).

4. W.Elsasser, J.Phys.rad.5, 549 (1933); Compt.Rend.199,1213(1934).

5. Д. Иваненко и Е. Гапон, Phys. Zeits. Sowietunion 2, 99 (1932).

6. M. Goeppert-Mayer. Phys. Rev. 75 (1949) 1464.

7. O.Haxell, J.Jensen, H.Suess. Phys. Rev. 75 (1949) 1766.

8. М.Гепперт-Майер, И.Г.Д.Йенсен. Элементарная теория ядерных оболочек. М., Наука, 1958.

9. S.Raman, C.W.Nestor, Jr., P.Tikkanen. Transition Probability from the Ground to the First-Excited 2{++} State of Even-Even Nuclides. At.Data Nucl.Data Tables 78, 1 (2001).

10. N.J.Stone. Table of nuclear magnetic dipole and electric quadrupole moments. At.Data Nucl.Data Tables 90, 75 (2005).

11. Б.С. Ишханов, С.Ю. Трощиев, В.А. Четверткова. Низколежащие состояния изотопов Sn. Препринт НИИЯФ МГУ № 2009-7/851.

12. О.В. Беспалова, И.Н. Бобошин, В.В. Варламов, А.В. Изотова, Б.С. Ишханов, Е.А. Романовский, Т.И. Спасская. Известия РАН, серия физ., 69 №1 (2005) 127-129.

13. О.В. Беспалова, И.Н. Бобошин, В.В. Варламов, Т.А. Ермакова, Б.С. Ишханов, Е.А. Романовский, Т.И. Спасская, Т.П. Тимохина. Известия РАН, серия физ., 69 №5 (2005) 678-681.

14. О.В. Беспалова, И.Н. Бобошин, В.В. Варламов, Б.С. Ишханов, Е.А. Романовский, Т.И. Спасская, Т.П. Тимохина. Известия РАН, серия физ., 69 №1 (2005) 116-119.

15. O.Sorlin, M.-G. Porquet. Nuclear magic numbers: New features far from stability. Progress in Particle and Nuclear Physics 61 (2008).

16. A.Korgul, et al. Phys. Rev. C 64 (2001) 021302.

17. J.Shergur, et al., Phys. Rev. C 65 (2002) 034313.

18. L.Coraggio, A.Covello, A.Gargano, N.Itaco, Phys. Rev. C 72 (2005) 057302.

19. J.P. Schiffer et. al., Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 162501.

Б.С. Ишханов А.А. Костюков

СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР, РАСПОЛОЖЕННЫХ ВБЛИЗИ ЗАМКНУТОЙ ОБОЛОЧКИ Z=50

Препринт НИИЯФ МГУ № 2012-2/880

Работа поступила в ОНТИ 15.06.12