

О статье Ю.М. Широкова «Единый формализм для квантовой и классической теории рассеяния» и одевающих операторах и фоновом формализме в квантовой теории поля

О статье Ю.М. Широкова
«Единый формализм для квантовой и
классической теории рассеяния»
и одевающих операторах
и фоновом формализме в квантовой теории
поля

И. Арефьева

Математический институт им. В.А. Стеклова, РАН
Физический факультет, МГУ

Семинар, посвященный памяти Ю.М. Широкова [1925-1980]
13 ноября 2025

Ю.М. Широкова «Единый формализм для квантовой и классической теории рассеяния»



ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 38, № 3
март, 1979

ЕДИНЫЙ ФОРМАЛИЗМ ДЛЯ КВАНТОВОЙ И КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИЙ РАССЕЯНИЯ

Ю. М. Широков

Нерелятивистская теория рассеяния сформулирована на языке только таких физических и математических понятий, которые имеют смысл как в классической, так и в квантовой механике. Получено интегральное уравнение, итерации которого дают квантовые поправки к классическому рассеянию.

Ю.М. Широкова «Единый формализм для квантовой и классической теории рассеяния»

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
14 июня 1978 г.

Литература

- [1] Ю. М. Широков. ТМФ, 25, 307, 1975.
- [2] Ю. М. Широков. ТМФ, 28, 308, 1976.
- [3] Ю. М. Широков. ТМФ, 29, 309, 1976.
- [4] Ю. М. Широков. ТМФ, 31, 327, 1977.
- [5] Дж. Тейлор. Теория рассеяния, «Мир», 1975.
- [6] K. Alder, A. Winther. Theory of Coulomb excitation by heavy ions, North Holland, Amsterdam, 1975.

Ю.М. Широкова «Единый формализм для квантовой и классической теории рассеяния»

- Классическая теория рассеяния полностью управляется уравнениями Гамильтона.

Пример - рассеяние Резерфорда.

- Ключевые понятия:
 - прицельный параметр
 - угол рассеяния
 - дифференциальное сечение рассеяния

- Связь со статьей Широкова
Единая математическая структура, описывающая как классическое, так и квантовое рассеяние.

- состояние описывается ф-лом $\rho(p, q)$; в классике – распределение вероятностей в фазовом пространстве.
- Оператор рассеяния $\mathcal{S}_{cl}$ - каноническое преобразование отображающее начальные (p', q') в конечные (p, q) с сохранением скобки Пуассона.

Ядро классического оператора рассеяния в работе Ю.М. Ш.

- Матричный элемент классического оператора рассеяния задается:

$$\langle p, q | S_{\text{cl}} | p', q' \rangle = \delta^3(p - P(p', q')) \delta^3(q - Q(p', q'))$$

- Дельта-функции $\delta^3(p - P(...))$ и $\delta^3(q - Q(...))$ enforced cl. EOM
- p and q are defined by functions P и Q от начальных условий (p', q') .
- Восстановление стандартного результата.
 - 1 Он начинается с пучка частиц, все с импульсом p_0 (eq. 27):
 $\rho_{\text{in}}(p', q') = \delta^3(p' - p_0)$.
 - 2 Он применяет оператор рассеяния S для получения выходящего состояния ρ_{out} (eq. 29).
 - 3 Интегрируя по поперечным координатам $q_{\perp}$ (которые связаны с прицельным параметром), он приходит к общей формуле для сечения (eq. 32).
 - 4 Наконец, подставляя классическое ядро (eq. 35) в эту формулу и используя геометрическое соотношение между прицельным параметром и углом (eq. 36-39), он выводит стандартную формулу для классического сечения (eq. 40):

$$\frac{d\sigma_{\text{cl}}}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$

Квантовая величина $\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | \mathcal{S}_{\text{KB}} | \mathbf{p}', \mathbf{q}' \rangle$ в полной аналогии с (5) выражается через элементы $\langle \mathbf{p}_1 | \hat{S} | \mathbf{p}_2 \rangle$ матрицы рассеяния

$$(41) \quad \langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | \mathcal{S}_{\text{KB}} | \mathbf{p}', \mathbf{q}' \rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\mathbf{k} d^3\mathbf{k}' \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q}' \mathbf{k}' - \frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{k}\right) \times \\ \times \langle \mathbf{p} + \frac{1}{2} \mathbf{k} | \hat{S} | \mathbf{p}' + \frac{1}{2} \mathbf{k}' \rangle \langle \mathbf{p}' - \frac{1}{2} \mathbf{k}' | \hat{S}^{-1} | \mathbf{p} - \frac{1}{2} \mathbf{k} \rangle.$$

S -матрица связана с амплитудой рассеяния $f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ выражением

$$(42) \quad \langle \mathbf{p}_1 | \hat{S} | \mathbf{p}_2 \rangle = \delta^3(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) + \frac{i}{2\pi} \langle \mathbf{p}_1 | R | \mathbf{p}_2 \rangle,$$

где $\langle \mathbf{p}_1 | \hat{R} | \mathbf{p}_2 \rangle = \delta(E_1 - E_2) f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$. Подставив теперь (41) в (32) с учетом (33), (42), получим для квантового сечения рассеяния стандартное выражение

$$(43) \quad d\sigma_{\text{KB}}/dO = m^2 \hbar^2 |f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)|^2.$$

Связь с работами Л.Д. Фаддеева и учеников

- Одевающие операторы

- Л. Д. Ф а д д е е в. ДАН СССР, 152, 573, 1963
- И. Я. Арефьева, “Перенормированная теория рассеяния для модели Ли”, ТМФ, 12:3 (1972), 331

$$U_{\pm} = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} U(t)$$

$$U(t) = e^{itH} e^{-itH_0} \Rightarrow U_{ren}(t) = e^{itH} W e^{-it(H_0 + \delta H_0)} W^{-1}$$

$$U_{\pm, ren} = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} U_{ren}(t)$$

- Связь с работой П.П. Кулиш и Л.Д. Фаддеев

- P. P. Kulish and L. D. Faddeev, “Asymptotic conditions and infrared divergences in quantum electrodynamics,” TMP 4 (1970), 745



$$U(t) = e^{itH} e^{-itH_0} \Rightarrow U_{dressed}(t) = e^{itH} \mathcal{U}_{as}(t)$$

Связь с работой АСФ

- И. Я. Арефьева, А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, “Производящий функционал для S -матрицы в калибровочно-инвариантных теориях”, ТМФ, 21:3 (1974), 311–321

1. ПРОИЗВОДЯЩИЙ ФУНКЦИОНАЛ ДЛЯ S -МАТРИЦЫ

Наше основное утверждение состоит в том, что для теории, описываемой лагранжианом $L(\varphi)$, матрица рассеяния может быть представлена в виде континуального интеграла

$$(1) \quad S(\varphi_0) = N^{-1} \int \exp\{iA(\varphi)\} d\mu, \quad A(\varphi) = A_0(\varphi) + A_I(\varphi) = \\ = \int L_0(x) dx + \int L_I(x) dx.$$

В простейшем случае скалярного поля мера $d\mu$ есть просто произведение дифференциалов $\prod_x d\varphi(x)$. Интегрирование в формуле (1) ведется по полям φ в окрестности классических решений уравнений Лагранжа — Эйлера $\delta A/\delta\varphi(x) = 0$, причем классические поля $\varphi_{\text{кл}}$ параметризуются полями φ_0 , являющимися решениями свободных уравнений движения $\delta A_0/\delta\varphi(x) = 0$,

$$(2) \quad \varphi_{\text{кл}} = \varphi_0 + \varphi_{\text{кл}} = \varphi_0(x) + \int D^0(x-y) \frac{\delta A_I}{\delta\varphi(y)} dy,$$

$D_0(x)$ — фейнмановская функция Грина, определяемая квадратичной формой $L_0(x)$. Коэффициентные функции в разложении функционала S по φ_0 совпадают с коэффициентными функциями в разложении S -матрицы по нормальным произведениям асимптотических полей.

Более явно формулу (1) можно записать в виде

$$(3) \quad S(\varphi_0) = N^{-1} \int \exp\{iA(\varphi + \varphi_{\text{кл}})\} d\mu,$$

где интегрирование ведется уже по всем полям φ , убывающим на бесконечности.

Связь с AdS/CFT соответствием

Основным утверждением AdS/CFT соответствия является эквивалентность статистических сумм двух теорий (GKPW-словарь)

$$Z_{\text{CFT}}[\Phi_0] = Z_{\text{bulk}}[\Phi_0] \quad (*),$$

where the both sites of (*) are defined as

$$\begin{aligned} Z_{\text{CFT}}[\Phi_0] &= \left\langle e^{\int_{\partial \text{AdS}} d^d x \Phi_0(\vec{x}) \mathcal{O}(\vec{x})} \right\rangle_{\text{CFT}} \\ Z_{\text{bulk}}[\Phi_0] &= \int e^{\int_{\text{AdS}} d^{d+1} x S[\Phi]} \prod_{\Phi|_{\text{bnd}}=\Phi_0} d\Phi \end{aligned}$$

S. Kim, P. Kraus, R. Monten and R. M. Myers, “S-matrix path integral approach to symmetries and soft theorems,” JHEP 10 (2023), 036