

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

**НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦИНА**

С.Г.Басиладзе

**Пороговое и предельное информационные ограничения
в динамике микромира**

Препринт НИИЯФ МГУ – 2007-13/834

Москва 2007

С.Г.Басиладзе

basilad@monet.sinp.msu.ru

**“ Пороговое и предельное информационные ограничения
в динамике микромира”**

Препринт НИИЯФ МГУ – 2007-13/834

Аннотация:

В работе энергия частиц рассматривается как сигнал, способный нести определенную информацию об их движении. Принцип конечности количества информации требует наличия у сигнала так называемых порогового и предельного ограничений. Показано, что основные эффекты квантовой механики есть проявление пороговых информационных ограничений; предел же обуславливается известным ограничением силы физического взаимодействия в сочетании с релятивистским ограничением скорости. Из совокупности пороговых и предельных ограничений найдена максимально возможная физическая плотность передачи информации.

S.G.Basiladze

“Threshold and limit information restrictions in microcosm dynamics”

Preprint NPI MSU – 2007-13/834

Abstract:

In work energy of particles is considered as a signal, capable to carry the certain information on their movement. The principle of finiteness of amount of the information demands presence from a signal of so-called threshold and limit restrictions. It is shown, that main effects of the quantum mechanics are display of threshold information restrictions; the limit is caused by known restriction of force of physical interaction in a combination to relativistic restriction of speed. From set of threshold and limit restrictions the greatest possible physical density of transfer of the information is found.

© С.Г.Басиладзе

© НИИЯФ МГУ, 2007, <http://www.sinp.msu.ru>

Сигнал и его информационные ограничения

Хорошо известно, что во многих явлениях физики (в термодинамике, статистической физике, физике микромира) имеются так называемые степени свободы, т.е. наборы *возможных* состояний. Эти состояния могут переходить из одного в другое с определенной вероятностью путем обмена порциями энергии. “Снятие неопределенности”, происходящее при переходе от возможного к *совершившемуся* привлекает внимание физиков к информационным аспектам своей науки [1÷3]. Действительно, энергию обмена (т.е. взаимодействия) можно интерпретировать как сигнал, а интенсивность совершившихся переходов из одного состояния в другое связать с количеством информации, которую сигналы переносят в физическом взаимодействии.

Хотя с появлением теории относительности выявилось фундаментальное значение предела скорости распространения сигналов, тем не менее, до сих пор методология теории сигналов мало используется в современной физической теории. Одна из причин состоит в том, что классическая теория сигналов [4], как и классическая физика, использует понятийный аппарат классического математического анализа (представление о “бесконечно малых”). Это приводит к тем же “парадоксам бесконечности”, с которыми столкнулась классическая физика на рубеже XIX÷XX веков. В частности, классический аналоговый сигнал может нести бесконечное количество информации, чего не должно быть в принципе - информация (логарифм вероятности) конечна по определению.

В работах [5,6] достаточно подробно показано, что в реальном сигнале - носителе *конечной* информации принципиально должны присутствовать так называемые *пороговое* и *предельное* ограничения на величины *спектральной и линейной плотности энергии* сигнала, соответственно. К этому можно прийти на основе достаточно абстрактных рассуждений о количестве точек у математической функции $y=f(x)$ и ее аргумента (в математике каждая точка *различима* и отображает возможное состояние). Пороговые ограничения наглядно видны и при анализе работы приемника сигналов [7] или измерительного прибора, выражаясь принятой физической терминологией.

В настоящей работе рассматриваются *физические основы* порогового и предельного информационных ограничений. Проведенный анализ позволяет оценить максимально возможную плотность передачи информации в реально существующем мире.

Для начала перечислим вкратце, чем реальный сигнал отличается от классического сигнала; более подробно с этим можно ознакомиться в [5-7].

Реальный сигнал и его параметры. В абстрактных математических переменных аналоговый сигнал есть непрерывная функция $y=f(x)$; квадрат этой функции определяет приращение энергии сигнала на малом интервале по оси ‘x’. Сигнал и его энергия могут быть описаны и с использованием спектральной переменной – χ , т.е. с одной стороны

$$dE = y^2 \cdot dx, \quad \text{с другой} \quad dE = (g/2)^2 \cdot d\chi, \quad (1, a, б)$$

где $g(\chi)$ - спектральная плотность амплитуды сигнала (см. ниже).

Классический локализованный сигнал имеет непрерывный спектр; хотя

последний спадает достаточно резко в области высших гармоник, тем не менее, $g(\chi)$ не обращается в нуль ни на одном интервале $\delta\chi$ вплоть до бесконечности. Характеристическая ширина спектра – $\Delta\chi$ определяет минимальный интервал изменения сигнала: $\delta\chi=1/\Delta\chi$ и, как следствие, его минимальную протяженность: $\Delta\chi_{\min}\approx 2\delta\chi$.

Пороговая и предельная асимптоты сигнала. На плоскости $[E, \delta\chi]$ – рис.1,а, где $\delta\chi$ характеризует, при заданном u_{\max} , *наибольший темп изменения* сигнала, а E – энергию сигнала на этом - минимальном интервале, классический сигнал может быть представлен любой точкой первого квадранта. Зона же существования реального сигнала ограничена и находится между двумя линиями: предельной прямой $\delta\chi=E/R$, выходящей из начала координат, и пороговой гиперболой $\delta\chi=Q/E$. Здесь Q и R есть обобщенные пороговая и предельная постоянные, соответственно. Абсолютный минимум величины $\delta\chi$ достигается в точке ‘З’ – пересечения пороговой и предельной линий, тогда:

$$\delta\chi \geq \sqrt{Q/R}, \quad \text{или} \quad \Delta\chi \leq \sqrt{R/Q}, \quad (2,а)$$

а произведение Q на R дает энергию в точке пересечения:

$$Q \cdot R = E_M^2. \quad (2,б)$$

В спектральной форме – $[E, \Delta\chi]$ пороговая и предельная линии меняются местами (см. рис.1,б) и эта симметрия кривых весьма показательна. Если с одной стороны, предельная постоянная есть линейная плотность энергии (1,а), а пороговая постоянная есть ее спектральная плотность (1,б), то с другой стороны, предел это квадрат площади полной огибающей спектра сигнала: $R=(g \cdot \Delta\chi)^2$, а порог это квадрат площади сигнала разложения - минимальной протяженности (по форме): $Q=(\delta\chi \cdot \delta\chi)^2$. Из последнего соотношения следует, что спектральная плотность должна быть взята для нулевой гармоники - g_0 , поскольку именно она определяет площадь сигнала [4].

Соотношение (2,а) означает, что при наличии предельных ограничений пороговые отклонения ($\delta\chi$ и $\delta\chi$) не могут быть бесконечно малыми. Мы будем и далее обозначать знаком ‘ δ ’ пороговые (конечные) отклонения функции и аргумента.

Порог по энергии. Как показано в [7], в макромире порог по площади сигнала появляется когда приемник не регистрирует *высшие гармоники* его спектра. Энергия этих гармоник просто рассеивается – переводится в тепловую, неупорядоченную форму веществом на входе приемника. В технике подобный режим использовать невыгодно не только по причине низкой энергоэффективности, но и потому, что период повторения принимаемых сигналов в этом случае достаточно велик, т.е. плотность получаемой информации низка. Однако, в природе такое “инерционное” восприятие довольно распространено.

Если ширина спектра приемника больше ширины спектра сигнала, то порогом становится величина энергии, очевидным образом требуемая приемнику для *восприятия* сигнала. Порогу по энергии – E_R соответствует штриховая горизонталь на рис.1,а. При увеличении скорости сигнала (что соответствует движению влево по горизонтали) порог по энергии неминуемо переходит в порог по площади.

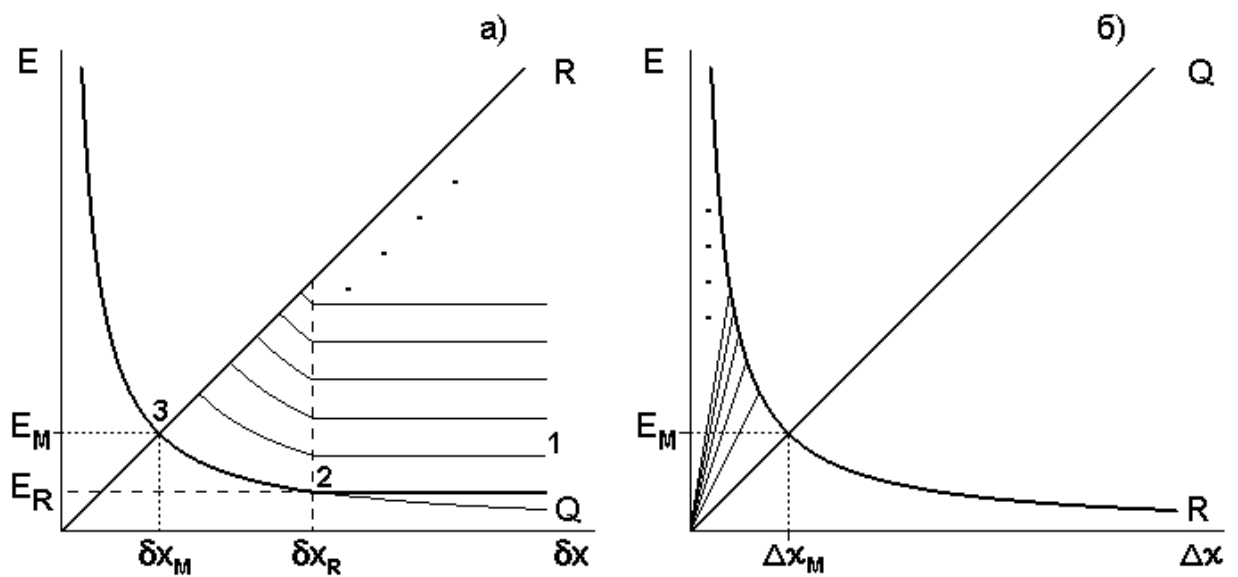


Рис.1. Пороговые – Q и предельные – R асимптоты сигнала для
 а) интервалов, характеризующих быстродействие – δx ,
 б) характеристической ширины спектров – Δx ,
 при разных величинах энергии (короткого) сигнала – E ;
 тонкими кривыми показаны пять первых линий nQ в области
 существования реальных сигналов.

Горизонтальная линия двойной ширины в а) показывает положение классического порога по энергии – E_R , который располагается выше порога по площади.

- 1 – зона, соответствующая современному уровню технических средств по переработке информации (показана не в масштабе).
- 2 – точка теоретического максимума увеличения скорости в классике, и достижимого минимума энергозатрат.
- 3 – дальнейший рост скорости при переходе к микромасштабам, будет, вплоть до абсолютного предела, неизбежно связан с увеличением энергии на один бит информации.

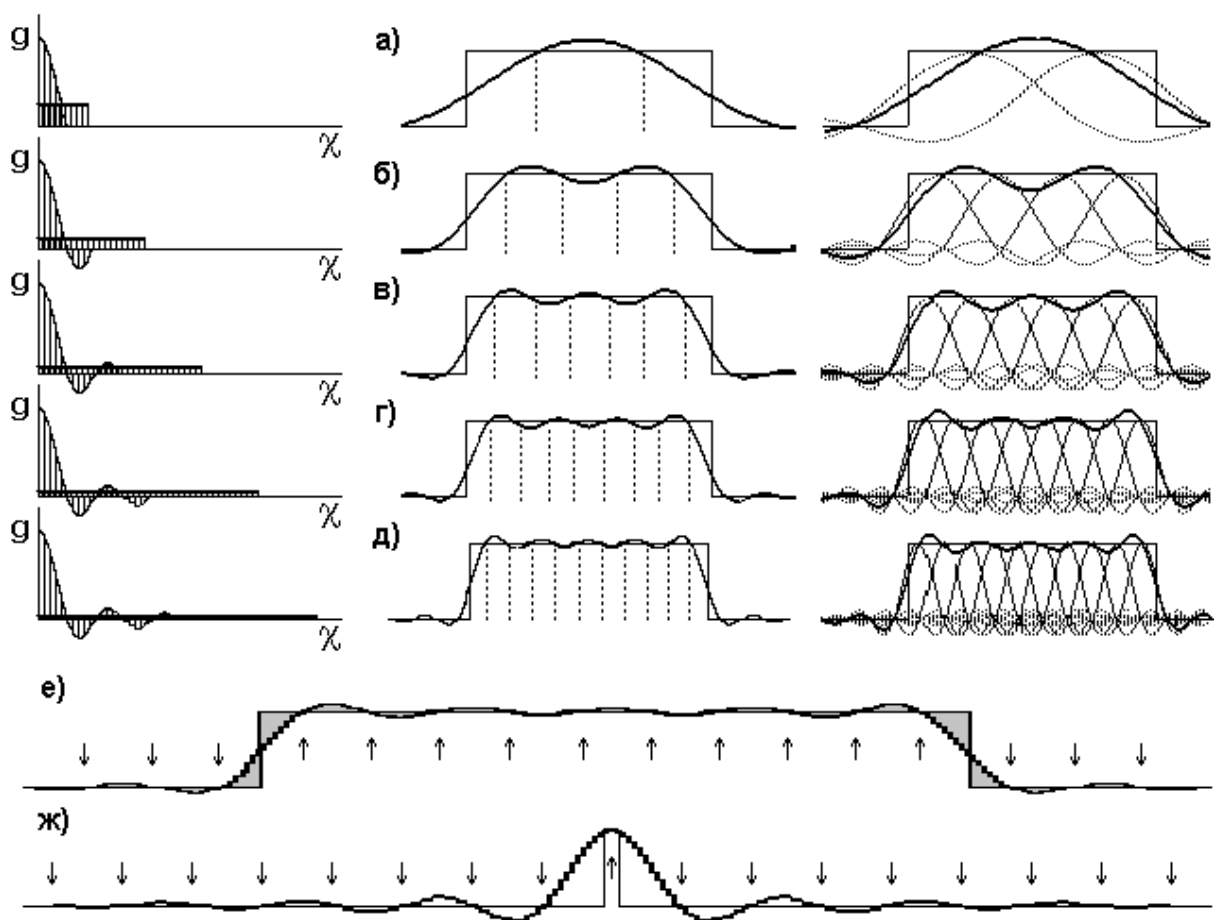


Рис.2. Разложение прямоугольного сигнала – а)÷д).

Левая колонка: обрезанный Фурье-спектр (вида $\sin(\chi)/\chi$) прямоугольного сигнала и спектр (плоский) функции отсчетов, используемой для разложения; на каждом шаге ширина обоих спектров растет пропорционально его номеру и точность разложения возрастает.

Средняя колонка: форма квази-прямоугольного сигнала, полученного из Фурье-спектра; пунктирные линии показывают положение опорных точек, где сигнал совпадает с оригиналом.

Правая колонка: тот же квази-прямоугольный сигнал, полученный как сумма функций отсчетов (вида $\sin(x)/x$, максимумы последних совпадают с опорными точками).

Зона, где сигнал имеет “свободу неопределимости”, на фрагменте е) заполнена серым цветом. Вблизи резкого изменения сигнала неопределимость максимальна, далее она снижается, образуя затухающие колебания с “частотой обрезания” спектра (эффект Гиббса [4]).

Суммарная огибающая есть отображение “широкой” щели с резкими краями при дифракции. Опорные точки (помечены стрелками) за границей щели находятся там, где огибающая проходит через нуль поскольку за своими границами щель непрозрачна; в пределах щели они также совпадают с классическим отображением.

Дифракция от узкой щели с резкими краями – ж). Функции отсчетов, как элементу отображения, здесь явно не хватает ширины спектра – д) слева, поэтому отображением является сама функция отсчетов.

Особенности сигналов вблизи порога. Пороговый сигнал обладает свойством *элементарности* - неразложимости на реальные составляющие. Поскольку он регистрируется только как единое целое, то для него понятие *формы* фактически не определено. Можно с уверенностью говорить лишь об энергии сигнала и/или его пороговой площади.

Периодичность и шаг пороговых интервалов. Если сигнал несет только подпороговые "детали", то он вообще не может быть зарегистрирован [7]. Точно также не будут восприняты детали, лежащие между гиперболами Q и $2Q$ на рис.1,а потому, что невозможно определить *разность* между пороговым сигналом и сигналом, лежащим ниже гиперболы $2Q$. Следующий "слой" неразличимости лежит в границах от $2Q$ до $3Q$ и так далее. Поэтому линии $n \cdot Q$ (n - целое число) задают информационные *состояния различимости* сигнала, а шаг между состояниями задается пороговым соотношением.

Следует отметить, что реальный сигнал может быть зарегистрирован лишь конечное число раз, ибо на каждую регистрацию "тратится" один пороговый интервал. Хорошим примером является фотон, энергия которого прямо подчиняется пороговому соотношению ($n=1$), он регистрируется только однократно.

Опорные точки реальных сигналов. У надпороговых сигналов появляется понятие формы; если считать, что их спектр *резко* ограничен (обрезан), то согласно теореме отсчетов [4], носящей в отечественной литературе имя Котельникова, они могут быть *точно* разложены на последовательность функций отсчетов. Физически реализуемый сигнал имеет классический – бесконечный, спадающий спектр, который ограничен лишь характеристически (как показанный на рис.2 ступенчатый сигнал); в этом случае разложение совпадает с оригиналом лишь в *конечном* числе точек. Во всех остальных точках у разлагаемого сигнала остается небольшая "свобода", вытекающая из полного отсутствия у функции отсчетов высших гармоник.

Из сказанного следует, что точки совпадения реального сигнала с классическим являются опорными, именно они несут ту *конечную* информацию, которой обладает реальный сигнал, спектр которого следует считать обрезанным (2,а), а точнее *неизвестным* в области высших гармоник.

Порог восприятия в микромире

Ниже используются следующие, обозначения для различных видов энергии: E - полная энергия частицы,

E_k - кинетическая энергия, W - потенциальная энергия частицы,

$$E_p = p \cdot c = mVc / \sqrt{1 - (V/c)^2}, \quad E_m = m \cdot c^2.$$

Здесь m , p , V , c – есть масса (покоя) частицы, ее импульс, скорость и скорость света. Как известно [8], $(E-W)$ является алгебраической суммой E_m и E_k :

$$E - W = E_m + E_k, \quad (3,а)$$

и "геометрической" суммой E_m и E_p :

$$(E - W)^2 = E_m^2 + E_p^2 = E_m^2 + 2E_m \cdot E_k + E_k^2. \quad (3,б)$$

Из (3,а,б) имеем:

$$E_p^2 = (E_m + E_k)^2 - E_m^2, \quad (3,в)$$

откуда для нерелятивистских энергий: $E_p^2 = 2E_m \cdot E_k$, здесь $E_k = mV^2/2$.

В физических переменных обобщенный параметр 'х' это пространственная координата – r или время – t; а 'χ' это волновое число, деленное на 2π ($k/2\pi$), или частота – ν.

Пороговую информационную постоянную Q в пространственных переменных мы будем обозначать через В, а во временной области - через Н. Динамическая пороговая постоянная Н имеет размерность *действия*, что указывает на то, что порог в динамике, как и само понятие информации [5], тесно связаны с принципом наименьшего действия.

Предельную информационную постоянную R в пространственной области мы будем обозначать через D (плотность энергии по координате), а для временных переменных – через P (предельная мощность).

Пороговые и предельные информационные постоянные неизбежно существуют как в макроявлениях, так и в микромире. При уменьшении масштабов величины Н и В снижаются до природного минимума (h и b), предельные же постоянные, напротив, растут вплоть до физического максимума. Именно это порождает ответный "информационный интерес" к физике малых масштабов, поскольку именно она предопределяет наибольшую плотность информации в пространстве и времени.

Порог для излучения в полости. Рассмотрим появление физического порогового ограничения в задаче об энергии теплового излучения черного тела (физической полости), с решения которой зародилась квантовая механика. Согласно классическим представлениям эта задача сводится к подсчету стоячих волн в полости, которые и задают набор возможных физических состояний. Ограничимся "одномерной полостью", т.е. колебаниями вдоль одной пространственной оси, показанными на рис.3,а÷з слева.

Ограниченная в пространстве стоячая волна имеет размытый спектр волновых чисел; их средние (некруговые) значения равны $n/2L$, где L – размер полости, а n – порядковый номер стоячей волны. Во времени колебания являются гармоническими (синусоида, идущая от $-\infty$ до $+\infty$ по оси времени), поэтому их спектр чисто линейчатый, как показано на рис.3,а÷з справа. Шаг между спектральными линиями по частоте – ν зависит помимо L еще и от фазовой скорости волн – v: $\delta\nu = v/2L$. Согласно принципу равномерного распределения энергии по степеням свободы энергия каждой стоячей волны будет равна двум половинкам kT (k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура). Тогда имеет место равенство:

$$(G^2/2) \cdot \Delta t = G^2 \cdot L/2v = kT, \quad (4,а)$$

где G – амплитуда стоячей волны в спектрах, показанных на рис.3,а÷з;

Δt – время распространения волны на расстояние L.

При увеличении числа стоячих волн энергия в одномерной полости линейно растет с увеличением ν_{\max} . Для классического непрерывного поля – рис.3,и не существует ограничений на количество стоячих волн в полости, поэтому как

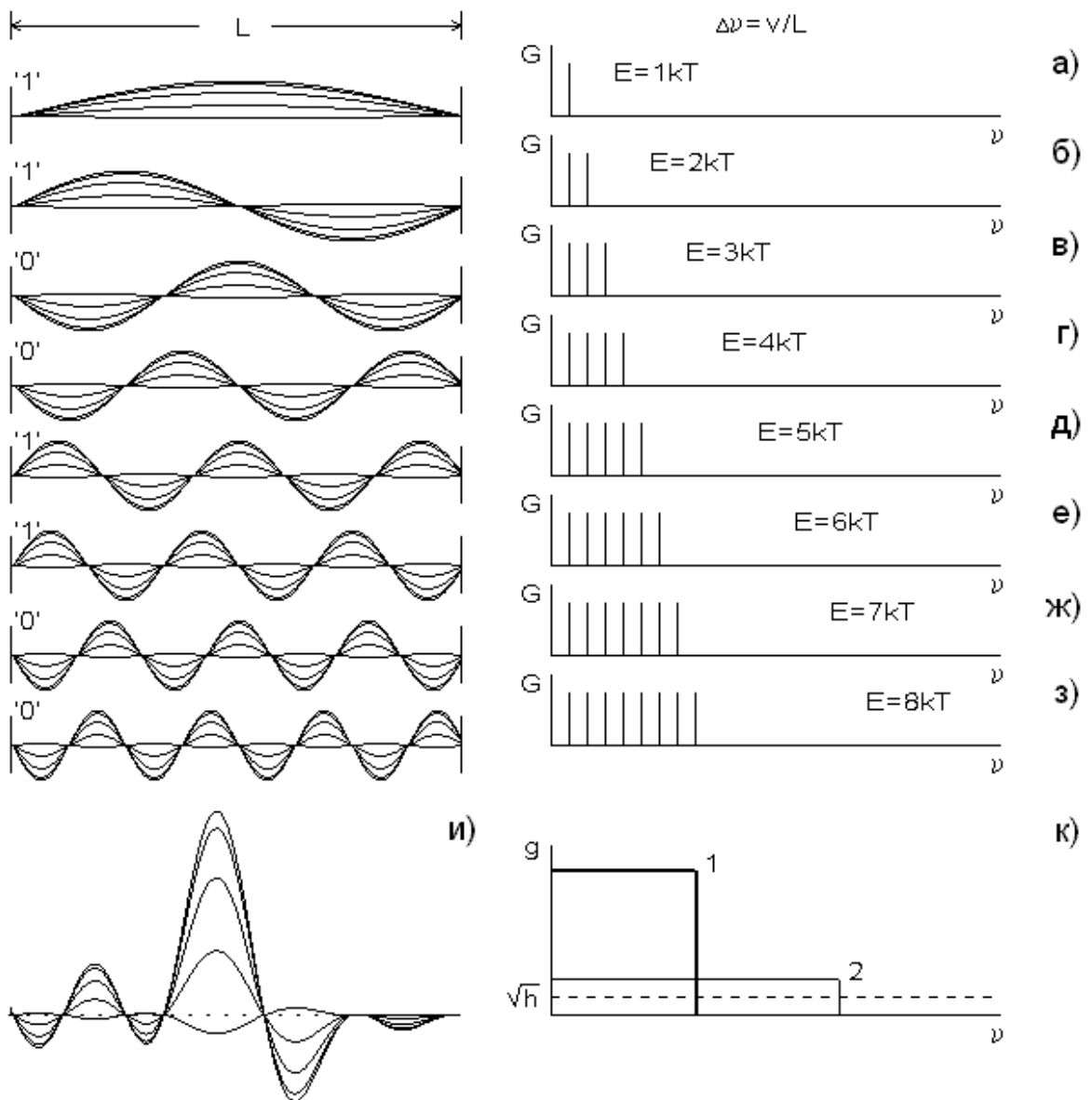


Рис.3. Стоячие волны (слева) в одном из трех измерений физической “полости”. Каждое следующее колебание смещено по частоте на $\nu/2L$, в результате чего образуется непрерывно расширяющийся спектр гармоник. Энергия каждого колебания (каждой степени свободы) равна kT и при отсутствии ограничений на количество “колебаний” (синусоид, т.е. на ширину спектра) это ведет к бесконечной концентрации энергии в полости.

Вид суммарной огибающей гармоник - и) зависит от соотношения их фаз (обозначены цифрами ‘0/1’ на а)÷з) слева). На фрагменте к) показан суммарный, считающийся непрерывным, спектр гармоник (1) и спектр сигналов разложения (2 – спектр функции отсчетов).

При понижении температуры в полости спектральная плотность амплитуды сигналов разложения уменьшается и достигает порога $\sqrt{\hbar}$, что соответствует “вымерзанию колебаний”. В физической классике этот пороговый эффект “окончания делимости” площади сигнала $S = g_0 \approx g(\nu)/2$ не имеет места.

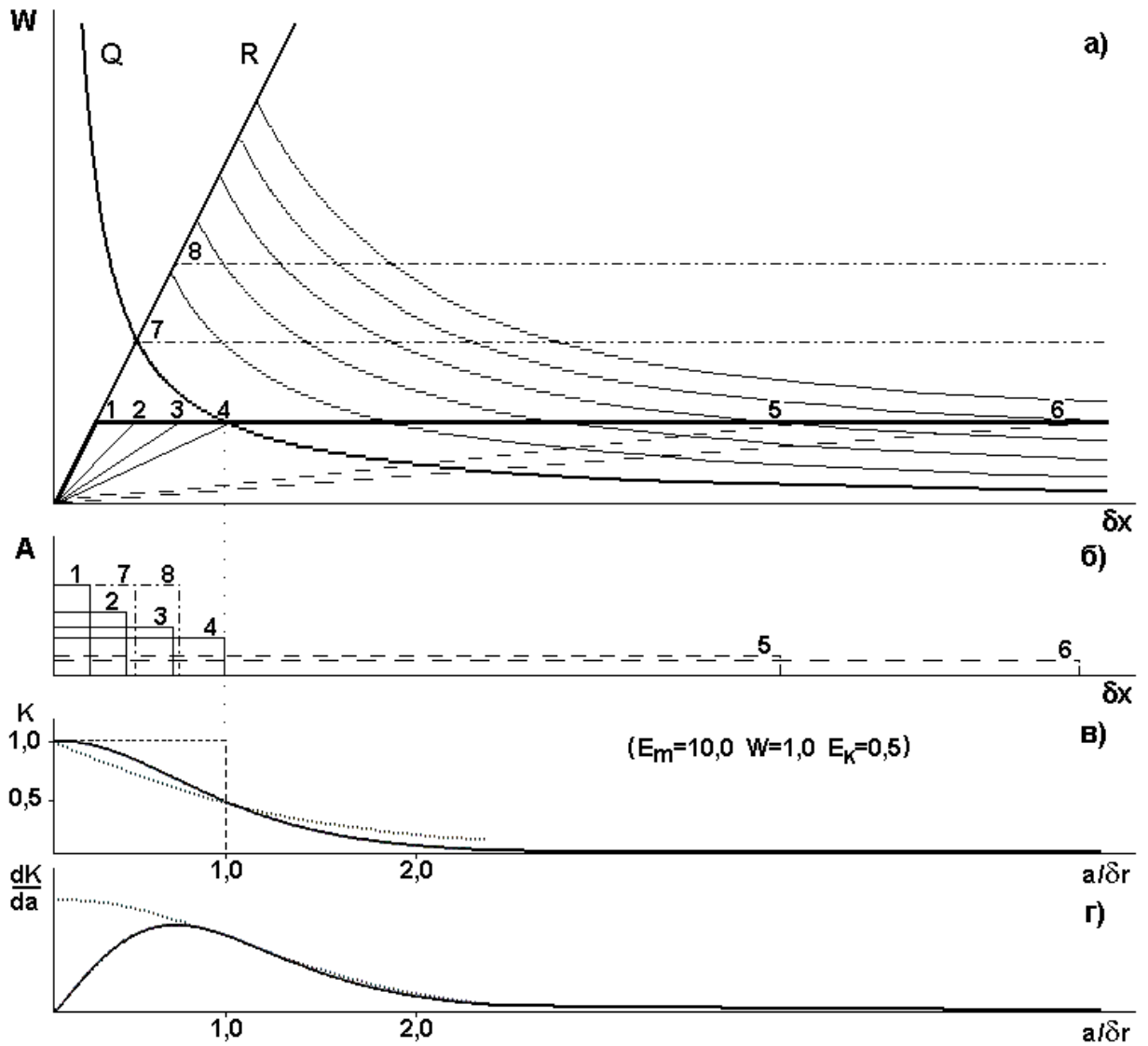


Рис.4, а) потенциальный барьер, заключенный в рамки предельного - R и порогового - Q ограничений (линии двойной ширины):

1 – при предельно коротком фронте потенциала W (линия тройной ширины) сигнал “торможения” – б) является подпороговым и эволюционирует в направлении 1-2-3-4 пока, действие не достигнет порогового значения;

5,6 – чем полнее фронт потенциала (штриховые линии), тем меньшую часть в нем занимает подпороговая составляющая и тем ближе он по своим свойствам к классическому сигналу;

7,8 – при росте энергии сигнала ‘1’ его амплитуда не может нарастать в силу предельного ограничения, это соответствует росту фронта потенциала в а) по предельной прямой R (и далее – штрих-пунктир);

– линиями единичной ширины показаны 5 первых состояний над пороговой гиперболой;

б) сигнал “торможения”, для вариантов формы потенциала 6÷8 он близок к производной от потенциала, подпороговые сигналы 1÷3 изображены условно (они не имеют формы);

Зависимость коэффициента прозрачности барьера от его ширины:

в) соотношение неопределенности в форме (5, 10) задает точку по оси абсцисс (штриховая линия), где барьер должен переходить из непрозрачного состояния в прозрачное; реальная зависимость $K(a/\delta r)$, показанная сплошной линией, достаточно сильно размыва микрощумом;

г) дифференциальное распределение микрощума; отчетливо видно, что он имеет постоянную составляющую.

Для сравнения пунктиром показаны соответствующие кривые для классического (гауссова) шума.

ν_{\max} , так и энергия стремятся к бесконечности. При большом числе гармоник $n \gg 1$ линейчатый по частоте спектр можно считать практически непрерывным, как показано на рис.3,к. Тогда можно перейти к спектральной плотности амплитуды: $g(\nu)=G/\delta\nu$ в уравнении (4,а):

$$(g/2)^2 \cdot \delta\nu = kT, \quad (4,б)$$

теперь его левая часть соответствует (1,б).

Реальное излучение имеет *дискретный* характер и переносится частицами (в рассматриваемом случае – фотонами), распределение которых по энергии спадает по экспоненте, а средняя энергия равна kT . Поскольку энергия одной стоячей волны и средняя энергия фотона равны, то число фотонов равно числу стоячих волн – n . Это значит, что энергия спектра на рис.3,к должна делиться между фотонами на n -частей по вертикали: $(g_n/2)^2 \cdot n = (g/2)^2$. Тогда для каждого отдельного фотона формула (4,б) принимает вид:

$$(g_n/2)^2 \cdot \Delta\nu = g_0^2 \cdot \Delta\nu = kT, \quad (4,в)$$

где $\Delta\nu = n \cdot \delta\nu$ – полная ширина спектра на рис.3,к, а

$g_0 = g_n/2$ – спектральная плотность амплитуды нулевой гармоники [4].

Ограничение сверху на ширину спектра излучения в полости $\Delta\nu$ (при $kT = \text{const}$) может наступить только при ограничении снизу на величину g_0^2 . Это и есть информационный порог, ограничивающий реальное число состояний в полости, поскольку порогом является квадрат площади сигнала, а это и есть g_0^2 [4].

Из (1,б) и (4,б,в) видно, что размерность g^2 есть произведение энергии на время, т.е. *действие*. Это дает нам основание на уровне порога заменить g_0^2 на постоянную Планка h (пороговую постоянную электромагнитного излучения). Тогда, во-первых, получаем для энергии элемента, т.е. фотона, соотношение $E = h \cdot \Delta\nu$, а во-вторых, формула (4,в): $h \cdot \Delta\nu = kT$ действительно дает условие обрезания спектра излучения в полости. Подчеркнем, что оно естественным образом *вытекает* из условия наличия порога у реального сигнала.

Планк в свое время *постулировал* соотношение $E = h \cdot \nu$, введя “частоту фотона”. С точки зрения математики нет большой разницы в записи $E = h \cdot \Delta\nu$ и $E = h \cdot \nu$, но физически второе соотношение формально, поскольку привязывает энергию фотона к *одной единственной гармонике*. Обычная для теории сигналов форма записи $E = h \cdot \Delta\nu$ говорит о том, что в формуле Планка частоту ‘ ν ’ следует рассматривать лишь как старшую гармонику – ν_{\max} широкого (от нуля частоты), *но ограниченного сверху спектра* элементарного сигнала. Важно и то, что соотношение $E = h \cdot \Delta\nu$ дает возможность вести анализ не на языке “квантовых осцилляторов”, а в терминах *длин интервалов*, поскольку $\delta t = 1/\Delta\nu$, тогда как для формулы Планка $\delta t = \infty$ (‘ ν ’ есть бесконечная гармоника с $\Delta\nu = 0$).

Очевидно, что при наличии порога “первое приращение” функции (от нуля) и ее абсолютное значение равны: $\delta u = u$. Следовательно, пороговое значение энергии E можно записать как δE , тогда получаем:

$$\delta E \cdot \delta t = h \quad (5)$$

– физическое пороговое *соотношение неопределимости*. Как будет показано

ниже, его не следует смешивать с известным статистическим соотношением неопределенности [9].

Энергия как сигнал. Потенциальная энергия W является обобщенным понятием для распределенной в пространстве-времени *взаимодействующей* энергии. К ней применимы практически все рассуждения о реальном сигнале (огibaющая сигнала есть корень квадратный от производной W по времени или по пространственной координате).

Если энергия W равномерно распределена в пространственном интервале Δr (линейное изменение W с увеличением r соответствует прямоугольному сигналу – рис.4,а÷б), тогда в движении она обладает *собственным* действием

$$H = (W \cdot \Delta r) / V. \quad (6,а)$$

При малых скоростях собственное действие может быть весьма значительным, но с ростом скорости оно падает и при $V > (W \cdot \Delta r) / h$ неизбежно становится *подпороговым*. Это происходит потому, что при сужении W во времени (с ростом скорости) спектр энергии расширяется, но его плотность амплитуды падает.

Для центрально-симметричного поля вида $W=B/r$, заменяя на пороговом уровне r на Δr , получим:

$$H = B / V. \quad (6,б)$$

Например, для электрического поля единичного заряда, взяв $H_{\min}=h$, будем иметь: $V_{\max}=e^2/(\epsilon \cdot h)=\alpha_e \cdot c$, где $\alpha_e=1/137$ - постоянная “тонкой структуры”. Действительно, скорость электрона, наибольшая на первой орбите атома водорода, составляет $c/137$. Вообще говоря, поскольку спектр не может быть плоским, то W уходит под порог постепенно, начиная с высших гармоник.

В отличие от потенциальной, кинетическая энергия является не обобщением, а введенной физиками абстракцией. Сама она не участвует во взаимодействии, но по ее изменению можно судить о том, как работают силы инерции в том или ином взаимодействии.

Как говорилось во введении, в макромире порог по действию связан с фильтрацией (рассеиванием) высокочастотной части энергии сигнала. В микромире взаимодействие частиц таким способом приводило бы к исключению подпороговой части потенциала W из взаимодействия и к нарушению законов сохранения энергии и импульса; поэтому порог по действию должен иметь и имеет в своей основе другой физический механизм.

В классической динамике уравнение $F=m \cdot (d^2r/dt^2)$ есть следствие точного баланса внешней силы $F=dW/dr$ и силы инерции (второй закон Ньютона) *в каждом моменте времени*. При наличии порога точный классический баланс, выражаемый соотношением: $W+E_k=const$, может не соблюдаться в пределах пороговых интервалов, *ибо он необнаружим*. Из сказанного следует, что в динамике микромира пороговые явления должны определяться достаточно короткими отклонениями суммарной энергии $E_t=W+E_k$ от постоянной величины.

“Затягивание” микросигнала. Нарушение баланса $W+E_k=const$ происходит при пересечении частицей фронта (нарастающей части) потенциального барьера. Когда $E_k < W$ и перепад потенциала весьма короткий, то собственного

действия “сигнала торможения”, каким является фронт барьера (рис.4,б), становится недостаточным для остановки частицы, поскольку сигнал слишком быстрый (б). Хотя из-за инертности не происходит классической остановки на фронте барьера при $W(r)=E_k$, тем не менее барьер “обречен” на обнаружение движущейся частицей и рано или поздно она остановится, как только будет накоплена пороговая величина действия.

Этот процесс, который можно назвать накоплением *последствия* дополнительно к собственному действию (б), можно представить как эволюцию микросигнала. Можно считать, что микросигнал, сохраняя величину энергии, расширяется с уменьшением амплитуды, за счет чего его действие (б) возрастает до пороговой величины (см. иллюстрацию на рис.4,б – форма сигнала показана условно, поскольку он подпороговый). Этот процесс сходен с уширением (“размазыванием”) дельта-функции, только здесь дельта-функцию следует считать *квадратичной*, поскольку сохраняется постоянной не ее площадь, а энергия (работает квадрат амплитуды). На графике рис.1,а процесс уширения, или замедления микросигнала выглядит как движение от оси энергии (ниже E_M) горизонтально до пороговой гиперболы.

Если же барьер не очень широкий и действие еще не выросло до пороговой величины, то появляющийся срез барьера служит “сигналом ускорения”, который восстанавливает первоначальные параметры движения частицы. В результате, частица проходит барьер, так и не успев заметить его.

Шумовое размытие порога. Пороговое соотношение неопределенности (5) является точным; это означает, что при увеличении ширины барьера до пороговой величины он должен становиться непроницаемым для частиц. Это показано ступенчатой штриховой линией на рис.4,в, где по оси ординат представлен коэффициент прозрачности барьера, а ось абсцисс задает отношение ширины барьера ‘а’ к пороговому пространственному интервалу – δr .

В действительности, переход от прозрачного состояния к непрозрачному происходит достаточно плавно – как показано сплошной линией $K(a/\delta r)$, вычисленной по формуле (5.67) из [10], причем эта кривая имеет статистическую неопределенность (является кривой вероятности прохождения барьера). Размытие перепада, случайное по своей природе, *создается шумом*. Классический шум обычно имеет гауссово дифференциальное распределение, правая часть которого показана на рис.4,г пунктирной линией. Построив дифференциальное распределение $-dK/da$, (сплошная линия на рис.4,г), нетрудно заметить, что у микрошума кривая распределения сдвинута относительно нуля; это значит, что он имеет достаточно точно определенную постоянную составляющую, которая и является порогом.

Если порог задается соотношением неопределенности (5), то размывающий его шум описывается статистическим соотношением неопределенности [10]:

$$\langle \Delta E_k \rangle \cdot \langle \Delta t \rangle \geq h/2 \quad \text{и} \quad \langle \Delta E_p \rangle \cdot \langle \Delta r \rangle \geq b/2, \quad (7,б,в)$$

где угловые скобки обозначают среднеквадратичные отклонения величин. Одна из особенностей микромира как раз и состоит в сочетании статистической *неопределенности* (размытости) с *квантованием*, т.е. с точной

заданностью величин. Очевидно, что порог в этом сочетании отвечает за условия квантования.

Движение тела при наличии пороговых ограничений

Пороговые интервалы при движении. Известная формула классической и релятивистской динамики для приращения импульса: $F \cdot dt = dp$, может быть записана так, чтобы иметь произведения с размерностью действия:

$$-dW \cdot dt = dp \cdot dr \quad \text{или} \quad dE_K \cdot dt = dp \cdot dr \quad (8,а,б)$$

Уравнение (8,б) можно записать в следующем виде:

$$dE_K/dp = dr/dt = V. \quad (9,а)$$

Скорость, также как и сила, определяется через дифференциалы, поэтому в (9,а) она считается практически постоянной, хотя и имеется бесконечно малое изменение потенциала. Для того, чтобы получить из обеих частей (8,б) пороговые соотношения надо перейти от дифференциалов к конечным приращениям. Тогда уравнение (9,а) уже не является справедливым, поскольку V заметно меняется. Действительно, для конечных отклонений, где скорость изменяется от V_1 до V_2 , получаем:

$$\Delta E_K / \Delta p = m \cdot (V_1^2 - V_2^2) / 2m \cdot (V_1 - V_2) = (V_1 + V_2) / 2 = v, \quad (9,б)$$

где ' v ' (в нерелятивистском приближении) равно средней величине скорости. На пороговом уровне, где одна из скоростей нулевая и $\delta E_K = E_K$, а $\delta p = p$, получаем: $v_H = E_K/p = V/2$ – фазовую скорость Ψ -волны частицы.

Формула (9,а) не переходит в (9,б) потому, что зависимость $E_K(V)$ является квадратичной, в силу чего производная dE_K/dV пропорциональна скорости. В отличие от этого производная $dp/dV = \text{const}$, поскольку зависимость $p(V)$ практически линейна до $V \approx 0,4c$. Заметим, что это уже область релятивистских атомных эффектов. Это значит, что пороговое соотношение для импульса может быть записано следующим образом:

$$\delta p \cdot \delta r = h \quad \text{или} \quad E_p \cdot \delta r = b, \quad (10,а,б)$$

где $b = h \cdot c$.

Величины E_p , превышающие порог, должны интегрально (т.е. по площади) соответствовать надпороговым гиперболам, показанным на рис.1,а. Поэтому для них должно выполняться следующее пороговое интегральное уравнение для нахождения δr :

$$b = h \cdot c = \int_0^{\delta r} E_p(r) \cdot dr. \quad (11)$$

Интегральное уравнение (11) есть не что иное, как условие квантования Бора-Зоммерфельда [11]. Смысл его достаточно простой: *в опорных точках*, идущих с шагом $\delta r = h/p$ (при $p = \text{const}$), параметры движения *точно* соответствуют классическим уравнениям.

Во всех промежуточных точках, а число их бесконечно, сказать что-либо определенное о движущемся теле *невозможно* в принципе, в них траектория

движения может носить только случайный характер. Таким образом, классическая траектория при детальном представлении оказывается как бы пунктирной - определенной лишь в опорных точках (как трек в камере Вильсона). Сказанное относится к *любому типу* движения: оно *локально* неопределимо, но эта неопределимость не должна выходить за рамки порогового соотношения. Могут возразить, что при свободном движении частицы, или при ее движении по орбите, неопределенность “глобально” и равномерно распределена по всему пути. Это действительно так, но причина заключается в незнании *начальных условий* движения. Без задания начальных условий решение *классических* уравнений движения будет также полностью неопределенным.

Далее, как это обычно принято, используются “круговые” пороговые постоянные: пространственная - $\hbar = b/2\pi$ и временная - $\hbar = h/2\pi$ (\hbar представляет “b с чертой” также, как \hbar есть “h с чертой”); частота также круговая: $\omega = 2\pi\nu$.

Дискретизация энергии в опорных точках. Когда движение ограничено жесткими рамками и последние точно согласованы с положением опорных точек, то и энергия E_k будет задана точно, причем ее можно найти на основе уравнений классической динамики. Если имеются жесткие “стенки” (бесконечно высокие потенциалы) и расстояние между ними равно L , то условие согласования прямо следует из (11):

$$E_p \cdot L = n \cdot 2\pi\hbar. \quad (12,a)$$

Заменив в нерелятивистском случае согласно (3,в) E_p на $\sqrt{2E_m \cdot E_k}$, получим:

$$E_k \cong n^2 \cdot (2\pi\hbar)^2 / 2E_m \cdot L^2. \quad (12,b)$$

При движении по орбите (радиусом 'r' заряда 'e') в атоме водорода классическое соотношение между центробежной и центростремительной силами, как известно, имеет вид:

$$2E_k/r = e^2/(\epsilon \cdot r^2); \quad (13,a)$$

где e - заряд электрона, ϵ - электрическая проницаемость вакуума.

Заменяя L в (12,б) на $2\pi r$, будем иметь

$$E_k = E_m \cdot (e^2/\epsilon \cdot n \cdot \hbar)^2 / 2. \quad (13,b)$$

Соотношение (13,а) применимо и для колебательного движения под действием упругой силы $F = \zeta \cdot r$ (ζ - модуль упругости). Поскольку два гармонических колебания во взаимно перпендикулярных направлениях образуют круговое движение, то по аналогии с (13,а) можно записать

$$2E_k/r = \zeta \cdot r, \quad (14,a)$$

что при подстановке в (12,а) дает:

$$E_k = n \cdot \hbar \cdot \sqrt{\zeta / E_m} / 2; \quad (14,b)$$

где 'n' должно пробегать значения с удвоенным шагом: $n=1,3,5,7,..$ (т.к. описываются два ортогональных колебания и энергия удваивается).

Формулы (12,б), (13,б) и (14,б), как нетрудно видеть, совпадают с формулами квантовой механики для соответствующих случаев. Приведенные примеры наглядно показывают, как действует пороговое правило нахождения “опорного пунктира” движения из бесконечного набора классически

возможных решений.

Порог как условие пространственной дискретности. Поместим в потенциальный "ящик", взяв его для общности трехмерным (полость), не одну, а достаточно большое число частиц: $n_q \gg 1$. Объем полости можно выразить как $n_q \cdot \langle \Delta L \rangle^3$, где $\langle \Delta L \rangle$ есть среднее расстояние между частицами. В силу существования интервала неопределимости (12) частицы могут быть реально определены только когда величина ΔL больше, чем это следует из (12,б) для $n=1$.

Действительно, условие теплового "вырождения" газа (см. например, [12]) имеет вид:

$$(\pi \hbar^2 / 2m \cdot \langle E_k \rangle)^{3/2} \geq \langle \Delta L \rangle^3 \quad (15)$$

- что является слегка измененной формой записи (12,б). Сходным условием: $\Delta L \leq (b/kT)$ определяется и разбиравшееся в начале "вымерзание излучения" в одномерной полости (4,б). Выход за пороговое расстояние соответствует переходу к пространственно разделенным – *различимым* сигналам. Частицы, располагающиеся с меньшими интервалами, могут быть только подпороговыми (необнаружимыми). Можно сказать, что ограничение на ширину спектра – $\hbar \cdot \Delta \omega$ появляется тогда, когда полость "сплошь заполняется" частицами, находящимися на пороговом расстоянии друг от друга.

Следует подчеркнуть, что этот – пороговый эффект, хотя и проявляется в тепловых (неупорядоченных) процессах, сам по себе не носит статистического – шумового характера. Для *упорядоченной* последовательности частиц, движущихся на равном расстоянии ΔL друг от друга, условие минимума интервалов (максимальной пространственной плотности) будет абсолютно таким же, как и при их случайном распределении по L .

Предельные постоянные центрально-симметричного поля

Как следует из (2,б), произведение пороговой и предельной постоянных равно квадрату энергии в точке пересечения их асимптот на рис.1. Энергию E_M на рис.1 можно связать с (полевой) массой $M = E_M \cdot c^2$. Запишем формулу для энергии центрально-симметричного поля, используя массу M :

$$W_c = \gamma \cdot \alpha \cdot M^2 / r; \quad (16)$$

здесь γ - для гравитационного поля есть постоянная тяготения - γ_g , а для

электрического поля $\gamma_e = e^2 / (\epsilon \cdot m_e^2)$, где m_e - масса электрона;

α - безразмерный коэффициент, меньший 1, отражающий численное значение конкретной массы, меньшей чем M .

Предельные постоянные. Для гравитационного поля за M логично взять массу Планка:

$$M_g = \sqrt{\hbar} / \gamma_g, \quad (17,а)$$

т.к. она объединяет пространственную пороговую постоянную \hbar и показатель крутизны поля γ_g (2,б). Тогда для электрического поля по аналогии:

$$M_e = \sqrt{\hbar} / \gamma_e = m_e \cdot \sqrt{\hbar \cdot \epsilon} / e^2 = m_e / \sqrt{\alpha_e}, \quad (17,б)$$

здесь $\alpha_e=1/137$ – постоянная “тонкой структуры”.

Согласно (2,б) для статической предельной постоянной – D получаем:

$$D = (M \cdot c^2)^2 / \hbar = c^4 / \gamma. \quad (18,a)$$

В динамике предельная мощность:

$$P = (M \cdot c^2)^2 / \hbar = c^5 / \gamma. \quad (18,б)$$

Предельные постоянные не зависят от \hbar , поскольку они не определяются эффектами квантовой механики. Наличие же скорости света в (18) определенно указывает на связь предельных соотношений с релятивизмом.

Достижимая плотность информации. Зная пороговую и предельную динамические постоянные легко найти максимально возможную плотность информации [6,7]:

$$(\Delta I / \Delta t)_{\max} = \log(2) \cdot \sqrt{P / \hbar} = E_M / \hbar. \quad (19,a)$$

и энергозатраты на 1 бит:

$$(\Delta E / \Delta I) = \sqrt{P \cdot \hbar} = E_M, \quad (E_M = M \cdot c^2). \quad (19,б)$$

Формулы (19) соответствуют передаче двухуровневого сигнала [0/1] в точке пересечения пороговой и предельной линий – точке ‘3’ на диаграмме рис.1. Например, для электромагнитного взаимодействия получаем: $9,1 \cdot 10^{21}$ бит/с и $9,6 \cdot 10^{-13}$ Дж/бит. Что касается гравитационного взаимодействия то цифры, естественно, выше на много порядков: $1,8 \cdot 10^{43}$ бит/с и $1,9 \cdot 10^9$ Дж/бит.

Для сравнения приведем те же величины для современных устройств переработки информации. Если паразитная емкость $C_{\Pi} \approx 0,1$ пФ, разница в логических уровнях $\Delta U \approx 0,3$ В и время переключения $\Delta t \approx 0,3$ нс, то энергозатраты составляют $\sim 5 \cdot 10^{-15}$ Дж/бит, а достижимая плотность информации $\sim 3,3 \cdot 10^9$ бит/с. Это соответствует значению $H = 1,5 \cdot 10^{-24}$ Дж·с = $2,3 \cdot 10^9$ h. При снижении размеров компонентов на кристалле полупроводника мощность, потребляемая на перезарядку паразитной емкости, будет падать, а быстродействие расти, соответственно, пороговое действие будет снижаться. Теоретическим минимумом в классике является точка пересечения порога по энергии и по действию (точка 2 на рис.1), где порог по энергии находится на уровне $\sim kT$, а порог по действию равен \hbar (4,в). Это дает диапазон частот: $\sim kT/\hbar = 6,3 \cdot 10^{12}$ Гц при энергозатратах: $\sim kT = 4,1 \cdot 10^{-21}$ Дж/бит.

Как видим, в технических приложениях еще имеется определенный резерв повышения скорости и существенный резерв снижения энергозатрат при переработке информации. В микромире резерв повышения скорости весьма значителен, но энергозатраты будут возрастать настолько, насколько будет повышаться быстродействие. При достижении предельных величин, даваемых соотношением (19), энергозатраты будут даже больше, чем в настоящее время.

Заключение

Наличие пороговых и предельных ограничений говорит о том, что мир реальных упорядоченных процессов является ограниченным. Наибольшей информационной емкостью (количеством состояний и интенсивностью переходов) обладают процессы, идущие в микромире, но и в них достаточно четко просматриваются информационные ограничения.

Пороговое соотношение образует *сочетание* конечности энергии и быстродействия ($\delta E \cdot \delta t$) при восприятии сигнала. Информационный порог имеют как классические, так и квантовые явления, хотя физические механизмы восприятия микро и макро-сигналов достаточно различны. Если для макро-приемника существует понятие минимальной длительности воспринимаемого входного сигнала потому, что высокочастотная часть энергии сигнала просто рассеивается, то в микромире энергия всегда *воспринимается целиком*, но происходит это с некоторой задержкой, вызванной все той же инертностью.

Из наличия порога следует, что при микро-движении имеются периодически повторяющиеся опорные точки различимости классического упорядоченного движения. Между опорными точками существует значительная неопределенность (шум), не несущая информации о движении. Периодическую повторяемость обычно связывают с волновыми свойствами частиц, имея в виду под волной гармоническое колебание. В соответствии с теоремой отсчетов, синусоида разлагается на широкополосные пакеты гармоник. Это определенно указывает на эквивалентность описания на языке “гармонических осцилляторов” и на языке пространственно-временных интервалов.

Известное статистическое (шумовое) *соотношение неопределенности* близко понятию порога и часто используется именно в этом смысле. Из него, например, *точно* “выводят” радиус первой орбиты атома водорода (заменяя в (7) $h/2$ на h). Микрошум, однако, приводит лишь к размытости и *так же, как и в классике*, порождает лишь случайные события. Он не может давать *постоянной составляющей* (по действию), а именно она и вносит *неопределимость*, как следствие ограниченности быстроты.

Попытки введения тех или иных предельных соотношений в физике предпринимались неоднократно (“фундаментальные” длина и время), однако в них не учитывался частотный – линейный характер ограничений. Если пороговой величиной является спектральная плотность энергии сигнала (во времени - действие), то предельной служит “антисимметричная” ей величина – линейная плотность энергии (во времени - мощность). Подчеркнем, что предел порождается не значительной кулоновской силой, которая кратковременно возникает при взаимодействии частиц высоких энергий, а сравнительно небольшой, но “регулярной” силой (масштаба силы для классического радиуса электрона), которая создает состояния, *стационарные* во времени.

Наибольшая плотность информации соответствует переходам между *опорными* состояниями с наибольшей энергией, они не имеют шумовой размытости поскольку информационно точно определены. Плотность энергии на один бит информации в предельных переходах довольно велика – намного выше, чем в классическом макромире.

Литература

1. Д.В.Линдли. О мере информации, даваемой экспериментом. Математика: Сб.перев. М.; ИЛ, 1959 № 3.
2. Б.Б.Кадоццев. Динамика и информация. Успехи Физических Наук, Т.164, N 5, 1994, С.449.
3. К.А.Валиев. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления. Успехи Физических Наук, Т.175, N 1, 2005, С.4.
4. И.С.Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и Связь, 1986.
5. С.Г.Басиладзе. Сигнал, данные и информация в физических измерениях. Физика Элементарных Частиц и Атомного Ядра, 2000, том 31, вып.3.
6. С.Г.Басиладзе. Пороговые и предельные информационные соотношения для сигналов, Препринт НИИЯФ МГУ-2004-20/759, Москва 2004.
7. С.Г.Басиладзе. Пороговые ограничения, вносимые приемником в тракт передачи сигналов, Препринт НИИЯФ МГУ-2006-4/801, Москва 2006.
8. А.Бейзер. Основные представления современной физики. М.: Атомиздат 1973.
9. Л. де'Бройль. Соотношения неопределенностей Гейзенберга. М.: Мир 1986.
10. А.А.Соколов, И.М.Тернов, В.Ч.Жуковский. Квантовая механика. М.: Наука, 1979.
11. А.Зоммерфельд. Строение атома и спектры. М.: 1956.
12. Ю.Б.Руммер, М.Ш.Рывкин. Термодинамика, статистическая физика и кинетика, М.Наука, 1977. С.180.

Басиладзе Сергей Геннадьевич

**Пороговое и предельное информационные ограничения
в динамике микромира**

Препринт НИИЯФ МГУ – 2007-13/834

Работа поступила в ОНТИ 14.12.2007 г.