О процессах фотоионизации закрученным светом

И. Волобуев

Семинар к 100-летию Юрия Михайловича Широкова

13 ноября 2025 г.

Цилиндрические волны и закрученные фотоны

Цилиндрические или бесселевы волны - это точные решения уравнения Даламбера в цилиндрических координатах:

$$\psi_{\kappa m k_z}(\vec{r},t) = e^{-i\omega t} J_m(\kappa\rho) e^{i(m\phi + k_z z)} = \int a_{\kappa m}(\vec{k}_\perp)\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\, \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2},$$

$$\vec{k} = (\vec{k}_\perp, k_z),\ \omega = c\sqrt{\kappa^2 + k_z^2},\ a_{\kappa m}(\vec{k}_\perp) = i^{-m} e^{im\phi_k} \frac{2\pi}{k_\perp} \delta(k_\perp - \kappa).$$

Для электромагнитного поля

$$\frac{1}{c}\vec{A}_{\kappa m k_z \Lambda}(\vec{r},t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \int a_{\kappa m}(\vec{k}_\perp)\ \vec{e}_{\vec{k}\Lambda} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\ \frac{\mathrm{d}^2 k_\perp}{(2\pi)^2},$$

где $\vec{e}_{\vec{k}\Lambda}$, $(\vec{k}, \vec{e}_{\vec{k}\Lambda}) = 0$, обозначает вектор поляризации фотона с импульсом $\vec{k}$, энергией $\omega = kc$ и спиральностью $\Lambda = \pm 1$.

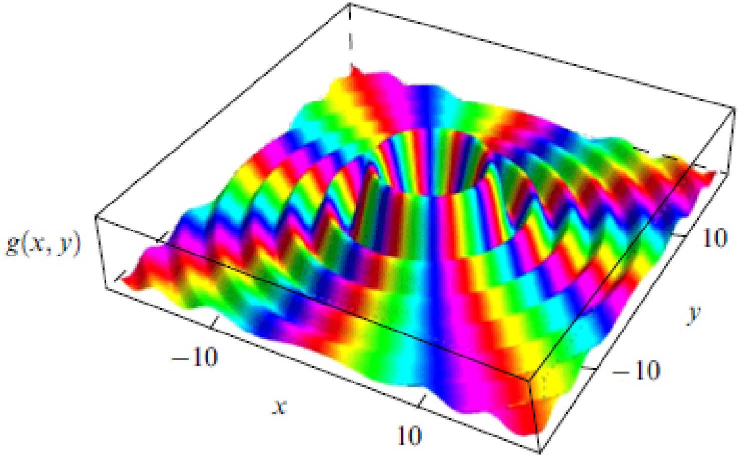

Рис. 1: Квадрат модуля y-компоненты векторного потенциала в плоскости (x,y) в единицах $1/\kappa$.

Рассеяние цилиндрических волн обсуждалось в работах:

- A. Picón, A. Benseny, J. Mompart, J.R. Vázquez de Aldana, L. Plaja, G.F. Calvo, and L. Roso, Transferring orbital and spin angular momenta of light to atoms, New J. Phys. **12**, 083053 (2010)
- I.P. Ivanov, Colliding particles carrying nonzero orbital angular momentum, Phys.Rev.D **83**, 093001 (2011)
- I.P. Ivanov and V.G. Serbo, Scattering of twisted particles: Extension to wave packets and orbital helicity, Phys.Rev.A **84**, 033804 (2011)
- Б.А. Князев, В.Г. Сербо, Пучки фотонов с ненулевой проекцией орбитального момента импульса: новые результаты, УФН **188** ,508–539 (2018)
- M.D. Kiselev, E.V. Gryzlova, A.N. Grum-Grzhimailo, Angular distribution of photoelectrons generated in atomic ionization by twisted radiation, Phys.Rev.A **108**, 023117 (2023)
- A.L. Harris, Projectile coherence effects in twisted electron ionization of helium, Atoms **11**, 79 (2023)

В большинстве работ при вычислении вероятностей процессов с закрученными фотонами пропадает зависимость от проекции момента импульса волны.

$\longrightarrow$ Следствие использования при расчетах формализма S-матрицы.

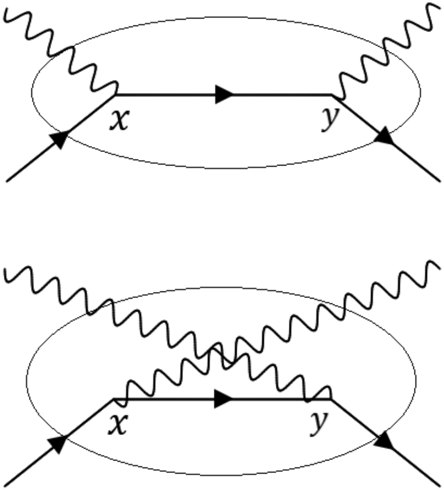

Рис. 2: Стандартный процесс рассеяния.

Зависимость от проекции момента импульса волны была получена в работе Князева и Сербо для процесса ионизации водорода закрученными фотонами в приближении бесконечно тяжелого ядра, локализованного в конечной области пространства.

Здесь мы рассмотрим более сложный процесс комптоновской ионизации атома водорода закрученными фотонами в нерелятивистском приближении с учетом конечной массы ядра.

V. Egorov and I. Volobuev, "On Compton ionization of a hydrogen atom by twisted photons," Eur. Phys. J. Plus **140** (2025) no.9, 905 [arXiv:2412.14127 [physics.atom-ph]].

Комптоновская ионизация атома водорода

Гамильтониан атома водорода в электромагнитном поле в атомной системе единиц имеет вид:

$$H = \frac{1}{2}\left(-i\vec{\nabla}_{r_1} - \frac{1}{c}\vec{A}(\vec{r}_1, t)\right)^2 + \frac{1}{2M}\left(-i\vec{\nabla}_{r_2} + \frac{1}{c}\vec{A}(\vec{r}_2, t)\right)^2 - \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}.$$

Выразим координаты $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ через относительную координату $\vec{\rho} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ и координату центра масс атома $\vec{R} = (\vec{r}_1 + M\vec{r}_2)/(M+1)$ ($M = 1836$ a.u.). Тогда для сопряженных импульсов имеем

$$\vec{p}_e = \frac{1}{M+1}\vec{P}_R + \vec{p}_\rho, \quad \vec{P} = \frac{M}{M+1}\vec{P}_R - \vec{p}_\rho,$$

где $\vec{p}_e$ – импульс электрона, $\vec{P}$ - импульс протона (ядра), $\vec{P}_R$ - полный импульс, $\vec{p}_\rho$ - относительный импульс фрагментов.

Матричный элемент процесса вычисляем в приближении A^2

$$\mathcal{M}^{tw} = \int_{-\infty}^{\infty} dt < \Psi^-(\vec{p}_e, \vec{P}, t)|\tilde{V}_{int}(t)|\Phi_0(t) >,$$

где потенциал взаимодействия записывается как

$$\tilde{V}_{\mathrm{int}}(\vec{R}, \vec{\rho}; t) = \langle \vec{k}_1, \Lambda_1| \, \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}\vec{A}(\vec{r}_1, t)\right)^2 + \frac{1}{2M}\left(\frac{1}{c}\vec{A}(\vec{r}_2, t)\right)^2 |\kappa, m, k_z, \Lambda\rangle$$

$$= \frac{\pi}{\sqrt{\omega\omega_1}} \int \frac{\mathrm{d}\phi_k}{2\pi} \, i^{-m} e^{im\phi_k} \left(\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda}, \vec{e}^{\,*}_{\vec{k}_1\Lambda_1}\right) e^{i\left(\vec{Q}\vec{R}-(\omega-\omega_1)t\right)}$$

$$\times \left(e^{i\vec{Q}\vec{\rho}} + \frac{1}{M} e^{-i(1/M)\vec{Q}\vec{\rho}}\right).$$

Здесь $\vec{k}(\phi_k) = (\kappa \cos\phi_k, \kappa \sin\phi_k, k_z)$ и $\vec{Q} = \vec{k}(\phi_k) - \vec{k}_1$.

Волновую функцию конечного состояния выбираем в виде

$$< \vec{r}_1, \vec{r}_2 | \Psi^-(\vec{p}_e, \vec{P}, t) >= e^{i\vec{P}_R\vec{R} - i(E_1+E_2)t} \phi^-(\vec{p}_\rho, \vec{\rho}),$$

где функция $\phi^-(\vec{p}_\rho, \vec{\rho})$ удовлетворяет уравнению Шредингера для атома водорода в относительных координатах и описывает состояние непрерывного спектра

$$\left[\frac{1}{2\mu} p_\rho^2 + \frac{1}{2\mu} \triangle_\rho + \frac{1}{\rho}\right] \phi^-(\vec{p}_\rho, \vec{\rho}) = 0, \quad \mu = \frac{M}{M+1} \approx 1.$$

Волновую функцию начального состояния атома водорода возьмем в виде произведения волновой функции основного состояния атома водорода $\phi_0(\rho)$ и волновой функции движения центра масс, зависящей от $\vec{R}$ и описываемой гауссовым волновым пакетом с центром в точке $\vec{b}$. Если это состояние имеет макроскопический размер, например, если $d \sim 0.1$ см, то такое состояние позволяет феноменологически учесть размер и расположение макроскопического детектора.

Средняя энергия состояния, описываемого таким волновым пакетом, $< \frac{\vec{P}_R^2}{2M} > \sim 10^{-17}$ эВ, а время жизни этого состояния $\tau = \frac{Md^2}{\hbar} \sim 1$ сек, т.е. макроскопическое. Для упрощения вычислений мы просто пренебрежем зависимостью этого состояния от времени, т.е. возьмем волновую функцию начального состояния в виде

$$< \vec{r}_1, \vec{r}_2 | \Phi_0(t) > = \frac{1}{(\sqrt{\pi} d)^{3/2}} \; e^{-i\varepsilon_0 t} \; \phi_0(\rho) \; e^{-\frac{(\vec{R}-\vec{b})^2}{2d^2}},$$

где ε_0 обозначает энергию основного состояния атома водорода, и при вычислении матричного элемента будем интегрировать по времени в бесконечных пределах.

Подставляя волновые функции в формулу для матричного элемента и выполняя интегрирование по времени, получим:

$$\mathcal{M}^{tw}(\vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P})_{\Lambda\Lambda_1} = i^{-m}\frac{2\pi^2}{\sqrt{\omega\omega_1}}\ \delta(\omega - |\varepsilon_0| - \omega_1 - E_1 - E_2)\ \times$$

$$\int \frac{d\phi_k}{2\pi}\ e^{im\phi_k}\ (\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda}, \vec{e}^{\,*}_{\vec{k}_1\Lambda_1})\ \ M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1\ \vec{p}_e, \vec{P})\ \times$$

$$\int d^3R\ e^{i\vec{R}(\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})}\ \frac{1}{(\sqrt{\pi}d)^{3/2}} e^{-\frac{(\vec{R}-\vec{b})^2}{2d^2}},$$

где

$$M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}) =< \phi^-(\vec{p}_\rho)| \left[e^{i\vec{Q}\vec{\rho}} + \frac{1}{M} e^{-i(1/M)\vec{Q}\vec{\rho}}\right] |\phi_0 > .$$

Выполняя интегрирование по $\vec{R}$ и опуская дельта-функцию сохранения энергии, умноженную на 2π, перепишем матричный элемент в виде

$$\mathcal{M}^{tw}(\vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P})_{\Lambda\Lambda_1} = i^{-m}\frac{\pi(2\sqrt{\pi}d)^{3/2}}{\sqrt{\omega\omega_1}}\int\frac{d\phi_k}{2\pi}e^{im\phi_k}e^{i\vec{b}(\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})}\times$$

$$e^{-\frac{d^2}{2}(\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})^2}(\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda}, \vec{e}^{\,*}_{\vec{k}_1\Lambda_1})\;\; M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}).$$

Тогда квадрированный матричный элемент, в котором выполнено суммирование по поляризациям конечного фотона, запишется так:

$$\sum_{\Lambda_1} |\mathcal{M}^{tw}(\vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P})_{\Lambda\Lambda_1}|^2 = \frac{\pi^2(2\sqrt{\pi}d)^3}{\omega\omega_1} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_k}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi'_k}{2\pi} \times$$

$$e^{i(\vec{k}(\phi_k)_\perp - \vec{k}(\phi'_k)_\perp)\vec{b}} \; e^{-\frac{d^2}{2}(\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})^2} e^{-\frac{d^2}{2}(\vec{k}(\phi'_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})^2} \times$$

$$e^{im(\phi_k-\phi'_k)} \left((\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda} \cdot \vec{e}^{\,*}_{\vec{k}(\phi'_k)\Lambda}) - \frac{(\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda} \cdot \vec{k}_1)(\vec{e}^{\,*}_{\vec{k}(\phi'_k)\Lambda} \cdot \vec{k}_1)}{\vec{k}_1^2} \right) \times$$

$$M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}) M^{pl*}(\vec{k}(\phi'_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}).$$

Если размер детектора d макроскопический, например, порядка 0.1 см, то содержащие d^2 экспоненты практически равны нулю при сумме импульсов в показателе экспоненты, отличающейся от нуля больше чем на 10^{-3} эВ, т. е. фактически ведут себя как дельта-функции.
Перейдем в двойном интеграле к новым переменным $\phi_\pm = (\phi_k \pm \phi'_k)/2$:

$$\sum_{\Lambda_1} |\mathcal{M}^{tw}(\vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P})_{\Lambda\Lambda_1}|^2 = \frac{2\pi^2(2\sqrt{\pi}d)^3}{\omega\omega_1} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}\phi_+}{2\pi} \int\limits_{-\pi+|\phi_+-\pi|}^{\pi-|\phi_+-\pi|} \frac{\mathrm{d}\phi_-}{2\pi} \times$$

$$e^{i(\vec{k}(\phi_k)_\perp - \vec{k}(\phi'_k)_\perp)\vec{b}}\, e^{-\frac{d^2}{2}[(\vec{k}(\phi_+ + \phi_-) - \vec{k}_1 - \vec{p}_e - \vec{P})^2 + (\vec{k}(\phi_+ - \phi_-) - \vec{k}_1 - \vec{p}_e - \vec{P})^2]} \times$$

$$e^{2im\phi_-} \left((\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda}, \vec{e}^{\,*}_{\vec{k}(\phi'_k)\Lambda}) - \frac{(\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda}, \vec{k}_1)(\vec{e}^{\,*}_{\vec{k}(\phi'_k)\Lambda}, \vec{k}_1)}{\vec{k}_1^2} \right) \times$$

$$M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}) M^{pl*}(\vec{k}(\phi'_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}).$$

Тождественно преобразуем слагаемые в квадратных скобках в показателе экспоненты, содержащей d^2, следующим образом:

$$\frac{d^2}{2}[(\vec{k}(\phi_+ + \phi_-) - \vec{k}_1 - \vec{p}_e - \vec{P})^2 + (\vec{k}(\phi_+ - \phi_-) - \vec{k}_1 - \vec{p}_e - \vec{P})^2] \equiv$$

$$\frac{d^2}{4}(\vec{k}(\phi_+ + \phi_-) - \vec{k}(\phi_+ - \phi_-))^2 +$$

$$d^2(\frac{1}{2}(\vec{k}(\phi_+ + \phi_-) + \vec{k}(\phi_+ - \phi_-)) - \vec{k}_1 - \vec{p}_e - \vec{P})^2.$$

Выражение во второй строке этой формулы запишем через углы и подставим теперь эти выражения в формулу для квадрированного матричного элемента.

В результате получим

$$\sum_{\Lambda_1} |\mathcal{M}^{tw}(\vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P})_{\Lambda\Lambda_1}|^2 = \frac{2\pi^2(2\sqrt{\pi}d)^3}{\omega\omega_1} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}\phi_+}{2\pi} \int\limits_{-\pi+|\phi_+-\pi|}^{\pi-|\phi_+-\pi|} \frac{\mathrm{d}\phi_-}{2\pi} \times$$

$$e^{2im\phi_-} \; e^{-\kappa^2 d^2 \sin^2(\phi_-)} \; e^{i\left(\vec{k}(\phi_++\phi_-)_\perp - \vec{k}(\phi_+-\phi_-)_\perp\right)\vec{b}} \times$$

$$e^{-d^2\left(\frac{1}{2}(\vec{k}(\phi_++\phi_-)+\vec{k}(\phi_+-\phi_-))-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P}\right)^2} \times$$

$$\left((\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda}, \vec{e}^{\,*}_{\vec{k}(\phi'_k)\Lambda}) - \frac{(\vec{e}_{\vec{k}(\phi_k)\Lambda}, \vec{k}_1)(\vec{e}^{\,*}_{\vec{k}(\phi'_k)\Lambda}, \vec{k}_1)}{\vec{k}_1^2} \right) \times$$

$$M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}) M^{pl*}(\vec{k}(\phi'_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}).$$

При $\kappa d \gg 1$ присутствие под знаком интеграла множителя $e^{-\kappa^2 d^2 \sin^2(\phi_-)}$ приводит к тому, что основной вклад в интеграл по ϕ_- дает очень узкая область вблизи $\phi_- = 0$.
Проводя в этой формуле приближенное интегрирование по ϕ_-, окончательно найдем

$$\sum_{\Lambda_1} |\mathcal{M}^{tw}(\vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P})_{\Lambda\Lambda_1}|^2 \simeq \frac{4\pi^3 d^2}{\kappa\omega\omega_1} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_k}{2\pi}\ e^{-\frac{(m-\kappa b \sin\phi_k)^2}{\kappa^2 d^2}} \times$$

$$\left(1 + \frac{(\vec{k}(\phi_k)\vec{k}_1)^2}{\vec{k}(\phi_k)^2 \vec{k}_1^2}\right)\ |M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P})|^2\ e^{-d^2(\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})^2}.$$

В этой формуле экспонента $e^{-d^2(\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})^2}$ ведет себя фактически как дельта-функция от суммы импульсов в ее показателе. Поэтому, чтобы найти вероятность процесса комптоновской ионизации атома водорода, нужно проинтегрировать эту экспоненту по одному из импульсов и выразить в оставшемся выражении этот импульс через остальные три импульса в соответствии с законом сохранения. Мы проинтегрируем эту экспоненту по импульсу ядра $\vec{P}$

$$\int e^{-d^2(\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e-\vec{P})^2}\frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3}=\frac{\sqrt{\pi}}{8\pi^2 d^3}$$

и положим в матричном элементе $\vec{P}=\vec{P}(\phi_k)=\vec{k}(\phi_k)-\vec{k}_1-\vec{p}_e$.

Тогда вероятность в единицу времени процесса комптоновской ионизации атома водорода цилиндрической электромагнитной волной, просуммированная по поляризациям конечного фотона, запишется так:

$$dW = \frac{\sqrt{\pi}}{4\kappa d} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_k}{2\pi}\; e^{-\frac{(m-\kappa b \sin\phi_k)^2}{\kappa^2 d^2}} \times$$

$$\frac{(2\pi)^2}{\omega\omega_1} \left(1 + \frac{(\vec{k}(\phi_k)\vec{k}_1)^2}{\vec{k}(\phi_k)^2 \vec{k}_1^2}\right) |M^{pl}(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1, \vec{p}_e, \vec{P}(\phi_k))|^2 \times$$

$$\delta(\omega - |\varepsilon_0| - \omega_1 - \vec{p}_e^{\,2}/2 - (\vec{P}(\phi_k))^2/(2M)) \frac{d\vec{p}_e}{(2\pi)^3} \frac{d\vec{k}_1}{(2\pi)^3}.$$

С помощью дельта-функции здесь можно проинтегрировать по энергии фотона ω_1 и получить дифференциальную вероятность в виде

$$\frac{\mathrm{d}^5 W}{\mathrm{d}E_e \mathrm{d}\Omega_e \mathrm{d}\Omega_1}.$$

Дифференциальное сечение комптоновской ионизации атома водорода плосковолновым фотоном с импульсом $\vec{k}(\phi_k)$ записывается в виде

$$\frac{\mathrm{d}^5\sigma(\phi_k)}{\mathrm{d}E_e\mathrm{d}\Omega_e\mathrm{d}\Omega_1} = \frac{\alpha^4}{(2\pi)^3}\, p_e \left(1 - \frac{|\varepsilon_0| + \vec{p}_e^{\,2}/2 + \vec{P}^2\left(\phi_k\right)/2M}{\omega}\right)$$

$$\times \left(1 + \frac{\left(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1(\phi_k)\right)^2}{\vec{k}^2(\phi_k)\, \vec{k}_1(\phi_k)^2}\right) \left|\mathcal{M}^{\mathrm{pl}}\left(\vec{k}(\phi_k), \vec{k}_1(\phi_k), \vec{p}_e, \vec{P}(\phi_k)\right)\right|^2.$$

Поэтому формулу для дифференциальной вероятности процесса можно переписать следующим образом

$$\frac{\mathrm{d}^5 W}{\mathrm{d}E_e\mathrm{d}\Omega_e\mathrm{d}\Omega_1} = \frac{c}{8\sqrt{\pi}\kappa d} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}\phi_k}{2\pi}\, e^{-\frac{(m-\kappa b \sin\phi_k)^2}{\kappa^2 d^2}}\, \frac{\mathrm{d}^5\sigma(\phi_k)}{\mathrm{d}E_e\mathrm{d}\Omega_e\mathrm{d}\Omega_1},$$

где учтено, что в атомной системе единиц $\alpha = 1/c$.

В предыдущей формуле фактор

$$\frac{c}{16\pi\sqrt{\pi}\kappa d}\, e^{-\frac{(m-\kappa b\sin\phi_k)^2}{\kappa^2 d^2}}$$

дает поток фотонов с импульсом $\vec{k}(\phi_k)$ через мишень, а интеграл

$$\frac{c}{16\pi\sqrt{\pi}\kappa d}\int\limits_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi_k\, e^{-\frac{(m-\kappa b\sin\phi_k)^2}{\kappa^2 d^2}} = \frac{c}{16\pi\sqrt{\pi}\kappa d}\, I$$

дает полный поток фотонов цилиндрической волны через мишень. Тогда по теореме о среднем

$$\frac{\mathrm{d}^5\bar{\sigma}}{\mathrm{d}E_e \mathrm{d}\Omega_e \mathrm{d}\Omega_1} = \frac{1}{I}\int\limits_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi_k\, e^{-\frac{(m-\kappa b\sin\phi_k)^2}{\kappa^2 d^2}}\, \frac{\mathrm{d}^5\sigma(\phi_k)}{\mathrm{d}E_e \mathrm{d}\Omega_e \mathrm{d}\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}^5\sigma(\phi_k^*)}{\mathrm{d}E_e \mathrm{d}\Omega_e \mathrm{d}\Omega_1},$$

где $\phi_k^* \in [0, 2\pi)$.

Заключение

- Предложен способ вычисления вероятности процесса комптоновской ионизации атома водорода и обобщенного дифференциального сечения этого процесса, позволяющий учесть зависимость этих величин от углового момента цилиндрической волны.
- Обобщенное дифференциальное сечение получается в результате усреднения обычного дифференциального сечения для плосковолновых фотонов по поперечным импульсам цилиндрической волны и совпадает с обычным сечением для некоторого поперечного импульса, который зависит как от характеристик этой волны, так и от характеристик мишени. Таким образом, использование в процессах фотоионизации цилиндрических волн не дает новых угловых распределений по сравнению со случаем плоских волн.

Спасибо за внимание!